تمارين حول القاسم المشترك الأكبر لعددين

تمرين 1

1 - أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 4539 و 3471 مع كتابة مراحل الحل .

2 - استنتج الكسر غير القابل للاختزال الذي يساوي $\frac{4539}{3471}$.

3 – استخدم نتيجة السؤال السابق لحساب $E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26}$

الحـل

1 - باستعمال خوارزمية إقليدس نجد :

$4\,539 = 1 \times 3\,471 + 1\,068$

$3\,471 = 3 \times 1\,068 + 267$

$1\,068 = 4 \times 267 + 0$

$PGCD(4\,539, 3\,471) = 267$

$$\frac{4\,539}{3\,471} = \frac{4\,539 : 267}{3\,471 : 267} = \frac{17}{13}$$

$$E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26} = \frac{17}{13} + \frac{3}{26} = \frac{17x2}{26} + \frac{3}{26} = \frac{34}{26} + \frac{3}{26} = \frac{37}{26}$$

تمرين 2

نعتبر العددين 286 و 130 .

1 - باستعمال خوارزمية إقليدس عين (130 ، 286) PGCD .

2 - ليكن الكسر $A = \frac{286}{130}$. أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال .

الحـل

الفرق	b	a
156	130	286
26	130	156
104	26	130
78	26	104
52	26	78
26	26	52
0	26	26

r	b	a
26	130	286
0	26	130

PGCD (286 ، 130) = 26

حسب نتيجة السؤال الأول لذينا : $11 \times 26 = 286$ و $5 \times 26 = 130$ ومنه :

$$\frac{286}{130} = \frac{11 \times 26}{5 \times 26} = \frac{11}{5}$$

الكسر $\frac{11}{5}$ غير قابل للاختزال .

تمرين 4

يصنع خباز في محله بيتزا في صينية مستطيلة الشكل بعديها 99cm ، 55 cm .

ولكي يبيعها يجب عليه تقسيم البيتزا الى مربعات متساوية ، طول ضلع كل منها عدد طبيعي ,

ما هو عدد القطع التي يمكنه الحصول عليها دون خسارة ؟

الحـل

$99 = 1 \times 55 + 44$

$55 = 1 \times 44 + 11$

$44 = 4 \times 11 + 0$

PGCD (99 ، 55) = 11

$99 \div 11 = 9$

$55 \div 11 = 5$

$9 \times 5 = 45$

عدد القطع التي يمكنه الحصول عليها دون خسارة هو: 45 قطعة .

تمرين 5

يريد السيد مختار تسييج حقل مستطيل الشكل أبعاده : 135 m ، 39 m .

أراد أن يغرس أعمدة حيث تكون المسافة بين الأعمدة المتجاورة أكبر ما يمكن من الأمتار، و أن يغرس عمودا في كل ركن .

1 – ما هي المسافة التي تفصل بين كل عمودين .

2 – ما هو عدد الأعمدة التي يمكن غرسها .

الحـل

المسافة التي تفصل بين كل عمودين متجاورين هي : Pgcd (135 ، 39)

$135 = 39 \times 3 + 18$

$39 = 18 \times 2 + 3$

$18 = 6 \times 3 + 0$

$Pgcd(135 ; 39) = 3$

المسافة التي تفصل بين كل عمودين متجاورين هي : $\boxed{3m}$

$135 : 3 = 45$

$39 : 3 = 13$

$2 (45 + 13) = 116$

إذن عدد الأعمدة هو : $\boxed{116}$

تمرين 6

1 - أوجد مع إبراز كل مراحل الحساب القاسم المشترك الأكبر للعددين : 4539 ، 3471

2 - استنتج الكسر غير القابل للاختزال الذي يساوي : $\frac{4539}{3471}$.

3 - استعمل السؤال السابق لحساب : $E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26}$

الحـل

1 ـ باستعمال خوارزمية إقليدس :

$4\,539 = 1 \times 3\,471 + 1\,068$

$3\,471 = 3 \times 1\,068 + 267$

$1\,068 = 4 \times 267 + 0$

$PGCD(4\,539, 3\,471) = 267$

2 ـ لإيجاد الكسر غير القابل للاختزال ، نقسم البسط و المقام على قاسمهما المشترك الأكبر.

$$\frac{4\,539}{3\,471} = \frac{4\,539 : 267}{3\,471 : 267} = \frac{17}{13}$$

$$E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26} = \frac{17}{13} + \frac{3}{26} = \frac{17x2}{26} + \frac{3}{26} = \frac{34}{26} + \frac{3}{26} = \frac{37}{26}$$

تمرين 8

حديقة مستطيلة الشكل بعداها : 3.12dam و 2.16dam

أراد صاحبها أن يقسمها إلى أحواض مربعة الشكل و متقايسة ، وأن يكون طول ضلع كل منها أكبر عدد طبيعي ممكن

1) كيف يتم اختيار طول ضلع الحوض ؟

2) ما هو عدد الأحواض ؟

الحـل

$3.12dam = 3120\ cm$ ، $2.16dam = 2160\ cm$

$3120 = 1 \times 2160 + 960$

$2160 = 2 \times 960 + 240$

$960 = 4 \times 240 + 0$

$dcgp(3120 ، 2160) = 240$

طول ضلع كل حوض هو: 2.4m .

$3120 \div 240 = 13$

$2160 \div 240 = 9$

$13 \times 9 = 117$

عدد الأحواض هو: 117 .

تمرين 9

يريد أحمد أن يبلط ممرا طوله 5.18m و عرضه 1.85 m ببلاطات مربعة الشكل طول ضلع كل واحدة أكبر ما يمكن.

1 ـ أحسب طول ضلع كل بلاطة.

2 ـ ما هو عدد البلاطات اللازمة ؟

الحـل

$5{,}18\ m = 518\ cm$
$1{,}85\ m = 185\ cm$

$518 = 3 \times 185 + 148$

$185 = 1 \times 148 + 37$

$148 = 4 \times 37 + 0$

$Pgcd(518 ; 185) = 37$

$518 \div 37 = 14$

$185 \div 37 = 5$

$14 \times 5 = 70$

طول ضلع كل بلاطة هو: 37 cm

عدد البلاطات اللازمة هو: 70