najah213.com · نجاح 213

الإستمرارية و الإشتقاقية

الإستمرارية : *(la Continuité)*

تكون الدالة f مستمرة عند x_0 إذا و فقط إذا كان :

$$\lim_{x \xrightarrow{>} x_0} f(x) = \lim_{x \xrightarrow{<} x_0} f(x) = f(x_0)$$

خواص :

- تكون الدالة f مستمرة على المجال $]a,b[$ إذا و فقط إذا كانت الدالة f مستمرة عند كل قيمة من هذا المجال .
- الدوال كثيرات الحدود هي دوال مستمرة على $\Re$.
- الدوال المرجعية هي دوال مستمرة على المجال المفتوح لمجموعة تعريفها
- مجموع و جداء دالتين مستمرتين هي دالة مستمرة.
- حاصل قسمة كثيري حدود هي دالة مستمرة على مجموعة تعريفها

الاشتقاقية : *(la Dérivabilité)*

تكون الدالة f قابلة للاشتقاق عند x_0 إذا و فقط إذا كان

$$\lim_{h \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

$$\lim_{x \xrightarrow{>} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \xrightarrow{<} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$$

خواص :

- تكون الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]a,b[$ إذا و فقط إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند كل قيمة من هذا المجال .
- الدوال كثيرات الحدود قابلة للاشتقاق على $\Re$.
- الدوال المرجعية قابلة للاشتقاق على المجال المفتوح لمجموعة تعريفها
- مجموع و جداء دالتين قابلتين للاشتقاق هي دالة قابلة للاشتقاق.
- حاصل قسمة كثيري حدود هي قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها

ملاحظة :

- إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق فهي مستمرة .
- إذا كانت الدالة f غير مستمرة فهي غير قابلة للاشتقاق

التفسير الهندسي للعدد المشتق :

الحالة الأولى : $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \ell$

المنحنى يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0 معامل توجيهه ℓ

الحالة الثانية : $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$

المنحنى يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0 يوازي محور الفواصل

الحالة الثالثة : $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$

المنحنى يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0 يوازي محور التراتيب

الحالة الرابعة : $\lim_{x \xrightarrow{>} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \ell$ و

$\ell \neq \ell'$ مع $\lim_{x \xrightarrow{<} x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \ell'$

المنحنى يقبل نصفي مماسين عند النقطة ذات الفاصلة x_0 ميلهما ℓ و ℓ'

التقريب التآلفي:

- إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند x_0 فإنه من أجل كل عدد حقيقي h قريب من الصفر نكتب :

$$f(x_0+h) \approx hf'(x_0) + f(x_0)$$

و من أجل كل عدد حقيقي x قريب من x_0 نكتب :

$$f(x) \approx f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$$

المماس : *(la Droite tangente)*

معادلة المماس هي : $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

حيث x_0 هي الفاصلة

ملاحظة:

في حالة عدم وجود الفاصلة ، نبحث عنها بحل إحدى المعادلات التالية:

الترتيبة $= f(x)$ معامل التوجيه $= f'(x)$

اتجاه تغير دالة :

f دالة قابلة للاشتقاق على D ، و f' دالتها المشتقة .

- إذا كانت : $f'(x) < 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما .
- إذا كانت : $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متناقصة تماما .
- إذا كانت : $f'(x) = 0$ فإن الدالة f ثابتة .

حصر دالة : *(Encadrement d'une fonction)*

إذا كانت الدالة f متزايدة فإن : $a \le x \le b$

$$f(a) \le f(x) \le f(b)$$

إذا كانت الدالة f متناقصة فإن : $a \le x \le b$

$$f(b) \le f(x) \le f(a)$$

نظرية القيم الوسطى : *(Théorème des valeurs intermédiaires)*

تكون المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[a,b]$ إذا و فقط إذا كان : f - مستمرة على المجال $]a,b[$

- $f(a).f(b) < 0$

ملاحظة :

- إذا كانت أيضا f رتيبة على المجال $]a,b[$ فإن الحل α وحيد
- تكون المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[a,b]$

إذا و فقط إذا كان :

- ✓ f مستمرة على المجال $]a,b[$
- ✓ $f(a) < k < f(b)$ مع k عدد حقيقي

بوسف للرياضيات
www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الدوال المشتقة لبعض الدوال المألوفة :

الدالة	الدالة المشتقة	ملاحظة
a	0	$a \in \Re$
x	1	
x^n	nx^{n-1}	$n \in N$
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$	$x \in \Re^*$
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$	$n \in N$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x \in \Re_+^*$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u(x) > 0$
$u+v$	$u'+v'$	
$u \times v$	$u'.v+v'.u$	
$\lambda.u$	$\lambda.u'$	$\lambda \in \Re$
$\frac{1}{u}$	$\frac{-u'}{u^2}$	$u(x) \neq 0$
$\frac{1}{u^n}$	$\frac{-n.u'}{u^{n+1}}$	$u(x) \neq 0$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'.v-v'.u}{v^2}$	$v(x) \neq 0$
u^n	$n.u'.u^{n-1}$	
e^x	e^x	
$e^{u(x)}$	$u'(x)e^{u(x)}$	
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	
$\ln u(x)$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$u(x) > 0$
$\sin x$	$\cos x$	
$\cos x$	$-\sin x$	
$\sin u$	$u'.\cos u$	
$\cos u$	$-u'.\sin u$	
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1+\tan^2 x$	$\cos x \neq 0$
$u \circ v$	$v'(u' \circ v)$	

يوسف للرياضيات