najah213.com · نجاح 213

مديرية التربية لولاية تيبازة
بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات
الشعبة : علوم تجريبية

المقاطعة الشرقية
دورة ماي 2023
المدة: 03 ساعات و نصف

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير.

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $-y'+2y-2=0$ و الذي يحقق $y(0)=2024$ هو :

أ) $f(x)=2023e^{2x}-1$ ، ب) $f(x)=2023e^{2x}+1$ ، جـ) $f(x)=-2023e^{2x}$.

2) مجموعة حلول المتراجحة : $9^x-4.3^x+4\le 0$ في المجموعة $\Re$ هو :

أ) $S=\Phi$ ، ب) $S=\left]-\infty;\ln\left(\frac{2}{3}\right)\right]$ ، جـ) $S=\left\{\frac{\ln(2)}{\ln(3)}\right\}$.

3) حلول المعادلة $6.C_n^3+A_n^2=36$ في مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ هي: أ) $S=\{0;4\}$ ، ب) $S=\{4\}$ ، جـ) $S=\Phi$

4) القيمة المتوسطة للدالة f المعرفة بالعبارة $f(x)=\frac{2e^{-x}}{2e^{-x}+1}$ على المجال $[0;\ln 2]$ هي :

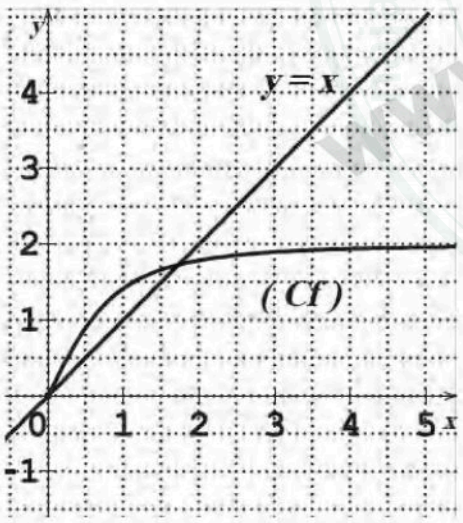
أ) $m=-1+\frac{\ln 2}{\ln 3}$ ، ب) $m=1-\frac{\ln 3}{\ln 2}$ ، جـ) $m=-1+\frac{\ln 3}{\ln 2}$.

5) ليكن Z عدد مركب حيث : $Z=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$. قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون Z^n حقيقي هي :

أ) $n=4k$ ، ب) $n=4k+2$ ، جـ) $n=2k+4$. حيث $k\in\mathbb{N}$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

الشكل المرفق هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$ و المستقيم ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.



1) أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) بيّن أنه إذا كان $x\in\left[0,\sqrt{3}\right]$ فإن : $f(x)\in\left[0,\sqrt{3}\right]$.

2) نعرف المتتالية (u_n) كمايلي : $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) مثل الحدود u_0 ; u_1 ; u_2 على محور الفواصل مبرزا خطوط التمثيل.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$.

د) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n.\left(2-\sqrt{1+u_n^2}\right)}{\sqrt{1+u_n^2}}$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج تقاربها .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n .

ب) استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

جـ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{3}{3-u_0^2}+\frac{3}{3-u_1^2}+\cdots+\frac{3}{3-u_n^2}$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 ، U_2 بهما كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس بحيث :

U_1 يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام 0 ، 2 ، 1 ، 1 و ثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1.

U_2 يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 2 ، 1 ، 1 و كرتين خضراوين تحملان الرقمين 0 ، 1.

نختار عشوائيا احد الصندوقين . اذا كان U_1 نسحب منه كرتين على التوالي دون ارجاع واذا كان U_2 نسحب منه كرتين على التوالي و بارجاع.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية : A "سحب كرتين من نفس اللون " و B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

2) بيّن أن : $P(A\cap B)=\frac{37}{175}$. هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علّل .

3) اذا علمت أن الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين ، فما هو احتمال ان تكون من الصندوق U_1؟.

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين من الصندوق U_1.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله . ب) أحسب $E(-3X+7)$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x\ln x)^2+\ln x+1$

- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,32<\alpha<0,33$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\frac{1}{x.\ln x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $1Cm$)

1) أ) بيّن أن: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا . أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$: $f'(x)=1+\frac{1+\ln x}{(x.\ln x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و للمستقيم (Δ).

4) ليكن المستقيم (T) ذا المعادلة $y=x+\beta$ حيث β عدد حقيقي.عيّن قيمة β حتى يكون المستقيم (T) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثياها.

5) أرسم (Δ)، (T) و المنحنى (C_f). (علما أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها λ حيث: $1,53<\lambda<1,54$. نأخذ $f(\alpha)\simeq 3$).

6) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $x=e^{\frac{1}{x.m}}$ حلين متمايزين.

7) أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين المعرفين بالمعادلتين: $x=3$ ، $x=4$.

III) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $h(x)=[f(x)]^2$.

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ (دون حساب عبارة $h(x)$).

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

انتهى الموضوع الاول

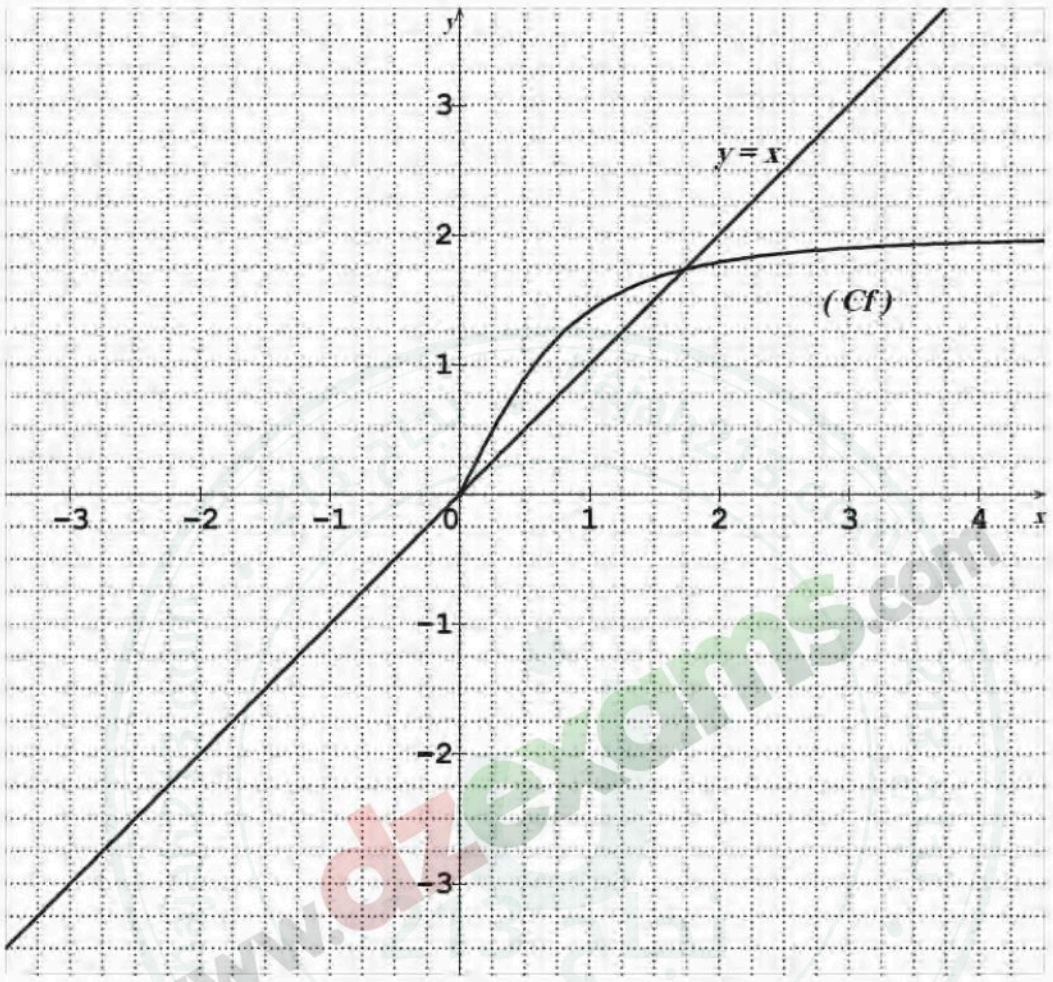
www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب : .....



ملاحظة: تعاد الوثيقة المرفقة مع ورقة الإجابة

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=(\ln 2)u_n+\ln\left(\frac{e^2}{4}\right)$

أ- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) متتالية ثابتة .

2) من أجل: $\alpha=3$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2<u_n\leq 3$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=(\ln 2-1)(u_n-2)$.

جـ) استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و برّر تقاربها .

د) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

3) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ: $v_n=2u_n-4$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\ln 2$ يطلب تعيين حدها لأول v_0 .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=(\ln 2)^n+2$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ مرة أخرى .

4) تحقق أن : $\frac{(\ln 4)^n}{u_n-2}=2^n$ ثم أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{u_0-2}+\frac{\ln 4}{u_1-2}+\frac{(\ln 4)^2}{u_2-2}+\ldots+\frac{(\ln 4)^n}{u_n-2}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(\overline{z}-1+3i)(z^2-10z+50)=0$

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C لواحقها على الترتيب :

$z_A=5+5i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=1+3i$

2) أ) أكتب كل من z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب) علّم النقط A، B و C.

جـ) عيّن طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$.

د) استنتج طبيعة المثلث ABC ثم أحسب مساحته .

3) أ) أكتب على الشكل الجبري العدد a حيث: $a=\left(\frac{z_B}{5\sqrt{2}}\right)^{2025}-\left(\frac{z_A}{5\sqrt{2}}\right)^{2023}$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون a^n تخيليا صرفا موجبا.

4) أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ADBC$ مستطيل.

ب) عين z_I لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[BC]$ ثم بين أن النقط I،O،D على استقامة واحدة .

5) عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق: $|-iz+i-3|=|z-5-5i|$

ثم أنشئها في المعلم السابق.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوى كيس على 5 كريات حمراء و 3 كريات بيضاء ، كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس ، نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في أن واحد . نعتبر الحوادث التالية:

A :"الكريات المسحوبة كلها حمراء " ، B : "توجد كرية واحدة حمراء " ، C : "توجد على الأقل كرية واحدة بيضاء " .

1) أحسب احتمال كل حدث من الحوادث التالية : A ، B ، C.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2) ننزع من الكيس الكريات البيضاء ونضع مكانها n كرية سوداء حيث n عدد طبيعي و يحقق: $n \geq 2$.
نسحب عشوائيا من الكيس كريتين على التوالي وبدون إرجاع .
– نقترح اللعبة التالية: سحب كرية حمراء يخسر 10 نقاط ، وسحب كرية سوداء يربح 5 نقاط .
ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل سحب كريتين مجموع النقاط المحصّل عليها .
أ) ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ؟.

ب) بيّن أن $P(X=10)=\frac{n(n-1)}{(n+4)(n+5)}$

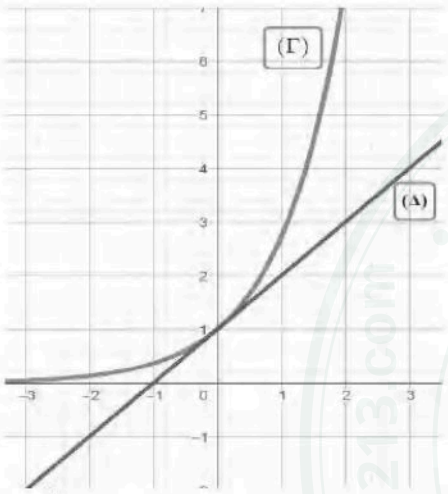
جـ) أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

د) عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة .

ه) كيف نختار عدد الكريات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) في الشكل المقابل (Δ) مستقيم معادلته $y=x+1$ و (Γ) منحنى الدالة $x \mapsto e^x$



1) بقراءة بيانية برر لماذا من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x-(x+1)\geq 0$

2) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\frac{1}{2}x^2+x-e^x$

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g (لا يطلب حساب النهايات).

ب) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-2.2<\alpha<-2.1$

جـ) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=e^{2x}-x^2e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

$\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=-2.e^x.g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) عين بدون حساب $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ فسر النتيجة بيانيا .

4) أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) أثبت أن: $f(\alpha)=\alpha^2(1-\frac{1}{4}\alpha^2)$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

6) أحسب $f(1)$ ثم أرسم (T) و (C_f). (نقبل أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث: $-0,8<\beta<-0,7$ و نأخذ $f(\alpha)=-0.53$).

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=2x+|m|$.

8) نعتبر الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $H(x)=(x^2-2x+2)e^x$

أ) برهن أن H دالة أصلية للدالة $h: x\mapsto x^2e^x$ على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب بدلالة α مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين : $x=\alpha$ و $x=-4$.

III) نعتبر الدالة K المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $K(x)=e^{-2|x|}-x^2.e^{-|x|}$

أ) بيّن أن K دالة زوجية.

ب) أشرح كيف يمكن رسم المنحنى (C_K) الممثل للدالة K ثم أرسمه في المعلم السابق.

انتهى الموضوع الثاني

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تيبازة — المقاطعة الشرقية

تصحيح بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات دورة ماي2023 الموضوع الأول

التمرين الأول :05نقاط

1) الإجابة (ب)

$-y'+2y-2=0$.....$(*)$ معناه: $-y'=-2y+2$ معناه: $y'=2y-2$ و منه : $a=2$ ، $b=-2$

الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $(*)$ هي الدالة التي تحقق: $f(x)=Ce^{2x}+1$ و $f(0)=2024$

أي C+1=2024 و منه $C=2023$ — 0. 75

و منه الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $(*)$ هو الدالة التي تحقق : $f(x)=2023\,e^{2x}+1$

2) الإجابة (ج)

حلول المتراجحة : $9^x-4.3^x+4\le 0$ أي : $3^{2x}-4.3^x+4\le 0$ أي : $\left(3^x\right)^2-4.3^x+4\le 0$

نضع : $3^x=t$ تصبح المتراجحة $t^2-4.t+4\le 0$.

المعادلة $t^2-4.t+4=0$ تقبل حلا مضاعفا لأن : $\Delta=16-16=0$ و هو : $t_1=t_2=2$ — 0,75

و منه : $t^2-4.t+4\le 0$ تكافئ : $(t-2)^2\le 0$ و تكون المتراجحة محققة من أجل $t=2$

أي : $3^x=2$ أي : $xLn3=Ln2$ و منه : $x=\dfrac{Ln2}{Ln3}$ إذن حلول المتراجحة هي : $S=\left\{\dfrac{Ln2}{Ln3}\right\}$.

3) الإجابة (ب)

لدينا : $n\ge 2$ و $n\ge 3$ و منه : $n\ge 3$

المعادلة : $6.C_n^3+A_n^2=36$ تكافئ : $6.\dfrac{n!}{3!(n-3)}+\dfrac{n!}{(n-2)!}=36$

تكافئ: $(n-2).(n-1).n+(n-1).n=36$

تكافئ : $\left(n^2-3n+2\right)n+\left(n^2-n\right)=36$ — 0,75

تكافئ: $n^3-2n^2+n-36=0$

الجذر : $n=4$ أي : $n^3-2n^2+n-36=(n-4).\left(n^2+2n+9\right)$

إما $n=4$ أو $n^2+2n+9=0$ و المعادلة ليس لها حلا في $\Re$ لأن $\Delta<0$ إذن قيمة $n=4$

4) الإجابة (جـ)

$$m=\int_0^{Ln2}\frac{2e^{-x}}{2e^{-x}+1}dx$$

$$=\frac{-1}{ln2}\left[ln\left(2e^{-x}+1\right)\right]_0^{Ln2}$$

$$=\frac{-1}{ln2}[ln2-ln3]$$ — 1

$$=-1+\frac{\ln 3}{ln2}$$

5) الإجابة (أ)

$Z=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ فإن الشكل الاسي لـ Z هو : $Z=2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

قيم n التي من أجلها $Z^n\in\Re$ معناه $\arg\left(Z^n\right)=k\pi$ أي $n\arg(Z)=k\pi$ أي : $n\dfrac{\pi}{4}=k\pi$ و منه $n=4k$ حيث k عدد طبيعي. — 0,75

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) أ) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f قابلة للإشتقاق على $[0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2.\sqrt{1+x^2}-\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}.2x}{x^2+1}$

و منه: $f'(x)=\dfrac{2}{\left(x^2+1\right).\sqrt{1+x^2}}$ — 0, 5

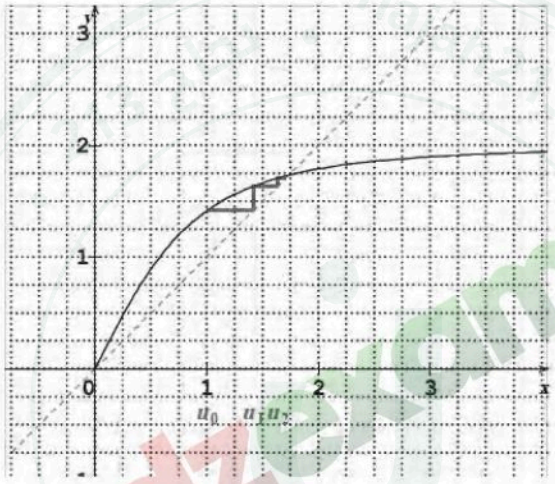
إذن مهما يكن $x\in[0,+\infty[$: $f'(x)>0$ و عليه الدالة f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$.

ب) لدينا : $x\in\left[0,\sqrt{3}\right]$ أي: $0\le x\le\sqrt{3}$ و الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left[0,\sqrt{3}\right]$ لانها متزايدة تماما على المجال $[0,+\infty[$. — 0, 25

إذن : $f(0)\le f(x)\le f\left(\sqrt{3}\right)$.

لدينا: $f(0)=0$ ، $f\left(\sqrt{3}\right)=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ و منه $f(x)\in\left[0,\sqrt{3}\right]$.

2) أ) تمثيل الحدود : u_0 ; u_1 ; u_2 — 0,7 5



ب) التخمين حول اتجاه تغير المتتالية: — 0.25

بما ان الحدود مرتبة ترتيبا تصاعديا أي : $u_0<u_1<u_2<\ldots\ldots$

فإن المتتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ و تتقارب عند العدد $\sqrt{3}$.

جـ) البرهان بالتراجع: $1\le u_n\le\sqrt{3}$

نضع $P(n)$ الخاصية من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

من أجل $n=0$ لدينا $u_0=1$

ولدينا $1\in\left[1,\sqrt{3}\right]$ فإن $1\le u_0\le\sqrt{3}$ إذن $P(0)$ محققة . — 0.75

نفرض أن الخاصية $P(n)$ صحيحة أي $1\le u_n\le\sqrt{3}$ و نبيّن أن $P(n+1)$ صحيحة أي : $1\le u_{n+1}\le\sqrt{3}$.

لدينا من فرضية التراجع $1\le u_n\le\sqrt{3}$ و الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left[1,\sqrt{3}\right]$

فإن : $f(1)\le f(u_n)\le f\left(\sqrt{3}\right)$ أي: $\sqrt{2}\le u_{n+1}\le\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}>1$ أي $1\le u_{n+1}\le\sqrt{3}$ و منه $P(n+1)$ صحيحة .

إذن الاستلزام صحيح و بالتالي من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

د) $u_{n+1}-u_n=\dfrac{2u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}-u_n$ أي: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{2u_n-u_n.\sqrt{1+u_n^2}}{\sqrt{1+u_n^2}}$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

أي : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n\left(2-\sqrt{1+u_n^2}\right)}{\sqrt{1+u_n^2}}$

0, 5

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1\le u_n\le\sqrt{3}$ أي: $1\le u_n^2\le 3$ أي : $2\le u_n^2+1\le 4$ و منه :

$0\le 2-\sqrt{u_n^2+1}\le 1$ أي : $2-2\le 2-\sqrt{u_n^2+1}\le 2-1$ و منه: $-2\le -\sqrt{u_n^2+1}\le -\sqrt{2}$ ومنه : $\sqrt{2}\le\sqrt{u_n^2+1}\le 2$

ومنه : $2-\sqrt{u_n^2+1}>0$

و بالتالي $u_{n+1}-u_n>0$ إذن : (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

0, 25

بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى بـ $\sqrt{3}$ فهي متقاربة.

3) أ) نبرهن أن (v_n) متتالية هندسية .

(v_n) متتالية هندسية معناه $v_{n+1}=qv_n$

0, 5

لدينا : $v_{n+1}=\dfrac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2}=\dfrac{\dfrac{4u_n^2}{1+u_n^2}}{3-\dfrac{4u_n^2}{1+u_n^2}}$ أي $v_{n+1}=\dfrac{\dfrac{4u_n^2}{1+u_n^2}}{\dfrac{-u_n^2+3}{1+u_n^2}}=\dfrac{4u_n^2}{-u_n^2+3}=4\left(\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}\right)$ إذن : $v_{n+1}=4v_n$

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=4$ و حدها الأول $v_0=\dfrac{1}{2}$.

0,25

ـ عبارة v_n بدلالة n: $v_n=v_0.q=\dfrac{1}{2}4^n$ و منه : $v_n=\dfrac{1}{2}(+4)^n$.

ب) عبارة u_n بدلالة n: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$ أي : $3v_n-v_n.u_n^2=u_n^2$ أي: $3v_n=v_n.u_n^2+u_n^2$

$u_n^2.(1+v_n)=3v_n$ و منه : $u_n^2=\dfrac{3v_n}{1+v_n}$ أي : $u_n=\pm\sqrt{\dfrac{3v_n}{1+v_n}}$.

0,25

ـ بما أن : $1\le u_n\le\sqrt{3}$ فإن : $u_n=\sqrt{\dfrac{3v_n}{1+v_n}}$ إذن : $u_n=\sqrt{\dfrac{\frac{3}{2}.(4)^n}{1+\frac{1}{2}.(4)^n}}$.

ـ حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{\dfrac{\frac{3}{2}.(4)^n}{1+\frac{1}{2}.(4)^n}}$ أي: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{\dfrac{3}{2.4^{-n}+1}}$

0,25

أي: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{\dfrac{3}{2.e^{-nLn4}+1}}=\sqrt{3}$

لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty}e^{-nLn4}=0$ و منه : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{3}$.

جـ) حساب بدلالة n المجموع S_n : $S_n=\dfrac{3}{3-u_0^2}+\dfrac{3}{3-u_1^2}+\cdots+\dfrac{3}{3-u_n^2}$

لدينا: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$ أي: $v_n+1=\dfrac{3}{3-u_n^2}$ و منه : $S_n=(v_0+1)+(v_1+1)+\cdots+(v_n+1)$

أي: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n+(n+1)$ أي: $S_n=\dfrac{v_0}{q-1}.\left(q^{n+1}-1\right)+(n+1)$

0,5

أي: $S_n=\dfrac{1}{2}.\left(4^{n+1}-1\right)+(n+1)$ و منه : $S_n=\dfrac{1}{6}.\left(4^{n+1}-1\right)+(n+1)$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث : (04 نقاط)

U_1 : السحب على التوالي دون إرجاع الكرتين ، U_2 : السحب على التوالي مع إرجاع الكرتين .

A "سحب كرتين من نفس اللون إما من الصندوق الأول أو من الصندوق الثاني.

عدد الحالات الممكنة لسحب الكرتين من الصندوق U_1 هو : $A_8^2 = 56$.

عدد الحالات الممكنة لسحب الكرتين من الصندوق U_2 هو عدد قوائم : $5^2 = 25$.

0, 5 $P(A) = P(R \cap U_1) + P(V \cap U_1) + P(R \cap U_2) + P(V \cap U_2)$

أي: $P(A) = \frac{1}{2}\left(\frac{A_3^2 + A_3^2}{A_8^2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{3^2 + 2^2}{5^2}\right)$ و منه: $P(A) = \frac{689}{1400}$.

B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم بمعنى كرتين تحملان رقم 1 من U_1 أو كرتين تحملان الرقم 0 من U_1 أو كرتين تحملان الرقم 0 من U_2 أو 1 من U_2 أو 2 من U_2 .

0. 5 $P(B) = \frac{1}{2}\left(\frac{A_3^2 + A_2^2}{56} + \frac{3^2 + 1^2 + 1^2}{25}\right)$ و منه : $P(B) = \frac{583}{1400}$.

2) نبيّن أن : $P(A \cap B) = \frac{3}{175}$.

$A \cap B$ تعني سحب كرتين من نفس اللون و من نفس الرقم و من U_1 أو U_2.

0,5 $P(A \cap B) = \frac{1}{2}\left(\frac{A_3^2 + A_2^2}{56} + \frac{1^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2}{25}\right)$ و منه : $P(A \cap B) = \frac{37}{175}$.

الحدثان A و B مستقلان معناه : $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ أي: $P(A).P(B) = \frac{689}{1400}.\frac{583}{1400}$ أي:

0.5 $P(A).P(B) = \frac{401687}{1960000} \simeq 0,20$ و $P(A \cap B) = \frac{37}{175} \simeq 0,21$.

إذن: $P(A \cap B) \neq P(A).P(B)$ و منه : الحدثان A و B غير مستقلان.

3) ليكن الحدث C : "سحب كرتين من لونين مختلفين "

0.25 $P(C) = \frac{1}{2}\left(\frac{2\left(A_5^1 \times A_3^1\right)}{56} + \frac{2\left(3^1 \times 2^1\right)}{25}\right) = \frac{711}{1400}$.

طريقة 2: $P(C) = P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \frac{711}{1400}$.

0, 5 $P_c(U_1) = \frac{P(U_1 \cap C)}{P(C)} = \frac{15}{56} \times \frac{1400}{711}$. حيث: $P(U_1 \cap C) = \frac{2\left(A_5^1 \times A_3^1\right)}{56} \times \frac{1}{2} = \frac{15}{56}$

و منه : $P_c(U_1) = \frac{125}{237}$

4) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين من الصندوق U_1 .

0, 5 قيم المتغير العشوائي هي: $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X=0) = \frac{A_2^2}{56} = \frac{2}{56}$ ، $P(X=1) = \frac{2\left(A_2^1 \times A_3^1\right)}{56} = \frac{20}{56}$ ، $P(X=1) = \frac{2\left(A_2^1 \times A_1^1\right) + A_3^2}{56} = \frac{24}{56}$ ،

$P(X=1) = \frac{2\left(A_1^1 \times A_3^1\right)}{56} = \frac{10}{56}$.

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

0,75

قيم X	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{56}$	$\frac{20}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{10}{56}$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حساب الامل الرياضياتي: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} X_i P_i=\frac{20}{56}+\frac{48}{56}+\frac{30}{56}$ أي: $E(X)=\frac{98}{56}$ و منه : $E(X)=\frac{7}{4}$. — 0,25

$E(-3X+7)=-3\left(\frac{7}{4}\right)+7=\frac{7}{4}$. — 0,25

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x\ln x)^2+\ln x+1$.

1) نبيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,32<\alpha<0,33$: — 0, 5

لدينا : الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ فهي رتيبة تماما و مستمرة.

و : $g(0,32)\approx -0.01$ ، $g(0,33)\approx 0.03$ و $g(0,32).g(0,32)<0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و يحقق: $g(\alpha)=0$.

جدول تغيرات الدالة g :

$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

x	0	a	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	0	$+\infty$

إشارة $g(x)$: — 0,25

x	0	a	$+\infty$
$g(x)$	‖ $-$	0	$+$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\frac{1}{x\ln x}$

1) أ) $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 0\\ >}}\left(x-\frac{1}{x\ln x}\right)=+\infty$ لأن : $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x=0^-$ و $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}}\frac{-1}{x\ln x}=+\infty$. — 0,25

لدينا :

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$	‖ $-$	0	$+$
$x\ln x$	‖ $-$	0	$+$

نستنتج أن $x=0$ مستقيم مقارب موازي لحامل محور التراتيب . — 0,25

ب) $\lim_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 1\\ <}}\left(x-\frac{1}{x\ln x}\right)=+\infty$ — 0,25

$\lim_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)=\lim_{\substack{x\to 1\\ >}}\left(x-\frac{1}{x\ln x}\right)=-\infty$ — 0,25

نستنتج أن $x=1$ مستقيم مقارب موازي لحامل محور التراتيب . — 0,25

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\frac{1}{x\ln x}\right)=+\infty$. — 0,25

2) أ) الدالة f قابلة للإشتقاق على المجالين $]0;1[$ و $]1;+\infty[$ دالتها المشتقة f' حيث: $f'(x)=1+\frac{1+\ln x}{(x\ln x)^2}$ — 0, 5

أي: $f'(x)=\frac{(x\ln x)^2+\ln x+1}{(x\ln x)^2}$ و منه : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x\ln x)^2}$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

0,25 **ب)** إشارة f' من إشارة $g(x)$:

x	0	a	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$

0,25 الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متزايدة تماما على المجالين $[\alpha;1[$ و $]1;+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f :

0,25

x	0	a	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$ $\quad$ $+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(a)=3$	↗ $+\infty$ $-\infty$	↗ 0 ↗ $+\infty$

3) نبيّن أن المستقيم (Δ) مقارب مائل: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{x.\ln x}\right)=0$ لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty} x.\ln x=+\infty$.

إذن $y=x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

- دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) :

0,25

x	0	1	$+\infty$
$-x$	0 $-$		$-$
$\ln x$	$-$	0	$+$
$f(x)-x$	$+$	0	$-$

ومنه : على المجال $]0;1[$ (C_f) يقع فوق (Δ) وعلى المجال $]1;+\infty[$ (C_f) يقع تحت (Δ).

4) تعيين β حتى يكون (T) مماسا للمنحنى (C_f) معناه : $f'(a)=1$

أي: $\frac{(a.\ln a)^2+\ln a+1}{(a.\ln a)^2}=1$ أي : $\ln a+1=0$ أي : $\ln a=-1$ و منه : $a=e^{-1}$.

0,25

$f(e^{-1})=e^{-1}-\frac{1}{e^{-1}.\ln e^{-1}}=e^{-1}+\frac{1}{e^{-1}}$ و منه : $f(e^{-1})=e^{-1}+e$.

0,25 $y=f'(e^{-1}).(x-e^{-1})+e^{-1}+e$ أي: $y=x-e^{-1}+e^{-1}+e$ و منه : $y=x+e$ هي معادلة المماس (T)

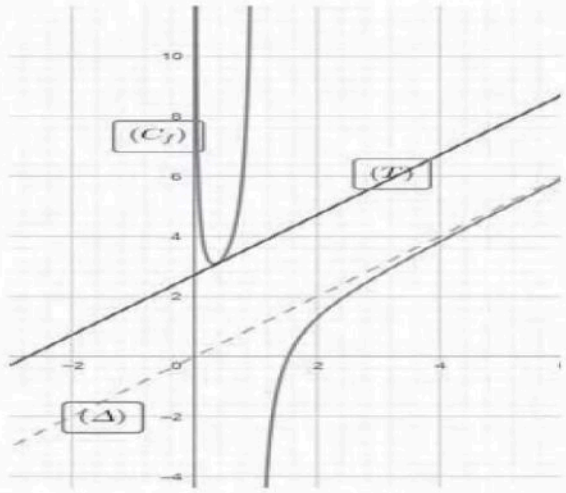
0,25 أي : $\beta=e$ و منه نقطة التماس $A(e^{-1},e^{-1}+e)$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

5)



0, 5

6) تعيّين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $X = e^{\frac{1}{x.m}}$ حلين متمايزين:

لدينا : $X = e^{\frac{1}{x.m}}$

0,25

من أجل $x > 0$: $x \ln x = \frac{x}{x.m}$

من أجل $x \in]0;1[\cup]1;+\infty[$: $\frac{x}{x \ln x} = m$

أي : $x - \frac{1}{x.\ln x} = x - m$.

ومنه : $f(x) = x - m$.

حلول المعادلة (I) هو ايجاد فواصل النقط المشتركة بين (C_f) و المستقيم $y = x - m$ أي: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x - m \end{cases}$.

0,25

المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه : $-m > e$ أي : $m < -e$ أي: $m \in]-\infty ; -e[$.

7) مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين : $x = 3$ ، $x = 4$:

0, 5

$A = \int_3^4 (x - f(x))\,dx = \int_3^4 \left(\frac{1}{x.\ln x}\right) dx$ أي: $A = \int_3^4 \left(\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}\right) dx$ أي: $A = \left[\ln(\ln x)\right]_3^4$ أي: $A = \ln(\ln 4) - \ln(\ln 3)$

ومنه : $A = \ln\left(\frac{\ln 4}{\ln 3}\right) cm^2$.

I) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $h(x) = \left[f(x)\right]^2$.

أ) الدالة h قابلة للاشتقاق على المجالين $]0;1[$ و $]1;+\infty[$ و دالتها المشتقة h' حيث: $h'(x) = 2.f'(x).f(x)$.

0,25

إشارة $h'(x)$ من إشارة $f(x)$ و $f'(x)$.

0,25

x	0	a	1	λ	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$+$	$-$	0	$+$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0 $+$

الدالة h متناقصة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و $[1;\lambda]$ و متزايدة تماما على المجالين $[\alpha;1[$ و $[\lambda;+\infty[$.

0,25

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

0,25

جدول التغيرات:

x	0		a		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\|\|$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$\|\|$	$+$	$+$	$-$	0	$+$
$h'(x)$	$-$	$\|\|$	0	$+$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$\|\|$	9	$+\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ <}} h(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ <}} \left[f(x) \right]^2 = +\infty \quad ، \quad \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} h(x) = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \left[f(x) \right]^2 = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ >}} h(x) = \lim_{\substack{x\to 1\\ >}} \left[f(x) \right]^2 = +\infty \quad ، \quad \lim_{x\to +\infty} h(x) = \lim_{x\to +\infty} \left[f(x) \right]^2 = +\infty \; .$$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تيبازةالمقاطعة الشرقية

الشعبة : علوم تجريبية تصحيح الموضوع الثاني بكالوريا تجربي في مادة الرياضيات دورة ماي2023

التمرين الأول :05نقاط

0.25×2	1) أ- لدينا $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=(\ln 2)u_n+\ln\left(\frac{e^2}{4}\right)$ تعين α حتى تكون المتتالية ثابتة معناه $u_{n+1}=u_n=\cdots=u_0=\alpha$ ومنه $\alpha=(\ln 2)\alpha+\ln\left(\frac{e^2}{4}\right)$ $\alpha=\frac{\ln\left(\frac{e^2}{4}\right)}{1-\ln(2)}=\frac{\ln\left(\left(\frac{e}{2}\right)^2\right)}{\ln(e)-\ln(2)}$, $\alpha=\frac{2\ln\left(\frac{e}{2}\right)}{\ln\left(\frac{e}{2}\right)}$, $\alpha=2$ إذن $\alpha=2$.
	2) نضع $u_0=3$ ومنه $\begin{cases}u_0=3\\u_{n+1}=(\ln 2)u_n+\ln\left(\frac{e^2}{4}\right)\end{cases}$ أ- برهان بالتراجع :
0.25	نسمى $P_{(n)}$ الخاصية من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $2<u_n\leq 3$
	نتحقق من أجل $p_{(0)}$ لدينا $u_0=3$ ومنه $2<u_0<3$ محققة
0.25	نفرض صحة الخاصية $p_{(n)}$ من أجل n عدد طبيعي كيفي ،ثم نبرهن صحتها من اجل $(n+1)$.
	لدينا من فرضية التراجع $2<u_n\leq 3$ ومنه

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$2\ln 2 < (\ln 2)u_n \leq 3\ln 2$$

$$2\ln 2 + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right) < (\ln 2)u_n + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right) \leq 3\ln 2 + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right)$$

0.25×2 إذن $\ln(2^2) + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right) < u_{n+1} \leq \ln(2^3) + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right)$. $2 < u_{n+1} \leq 3$

$$\ln\left(4 \times \frac{e^2}{4}\right) < u_{n+1} \leq \ln\left(2^3 \times \frac{e^2}{4}\right)$$

$$2 < u_{n+1} \leq 2 + \ln(2) \leq 3$$

حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع (حسب الخاصية الوراثية) فإنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن :

$2 < u_n \leq 3$.

$$u_{n+1} - u_n = (\ln 2)u_n + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right) - u_n$$

ب-حساب $u_{n+1} - u_n = (\ln 2)u_n + \ln(e^2) - \ln(4) - u_n$ ..

0.5

$$u_{n+1} - u_n = (\ln 2 - 1)u_n + 2 - 2\ln 2 = (\ln 2 - 1)u_n - 2(-1 + \ln 2)$$

$$u_{n+1} - u_n = (\ln 2 - 1)(u_n - 2)$$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_{n+1} - u_n = (\ln 2 - 1)(u_n - 2)$.

ت-دراسة اتجاه تغير المتتالية (v_n) :

لدينا $u_{n+1} - u_n = (\ln 2 - 1)(u_n - 2)$ و $2 < u_n \leq 3$ **فإن** $u_{n+1} - u_n < 0$ **من أجل** $(\ln 2 - 1) < 0$

كل عدد طبيعي $\mathbb{N}$ اذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ **0.25**

بما ان المتتالية (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة **0.25**

بما ان المتتالية (u_n) متقاربة فإن : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$

نحل المعادلة : $l = (\ln 2)l + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right)$ **أي** $l = (\ln 2)l + 2 - 2\ln 2$ **أي :** $l(1 - \ln 2) = 2(1 - \ln 2)$ **0.25**

ومنه: $l = 2$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

أ- اثبات ان المتتالية (v_n) متتالية هندسية : حساب v_{n+1} :

0.75

$$v_n = 2u_n - 4;\ v_{n+1} = 2u_{n+1} - 4 \quad ;\quad v_{n+1} = 2\left((\ln 2)u_n + \ln\left(\frac{e^2}{4}\right)\right) - 4$$

...

$$v_{n+1} = 2\left((\ln 2)u_n + 2 - \ln 4\right) - 4 \ ;\ v_{n+1} = 2(\ln 2)u_n + 4 - 4\ln 2 - 4;\ v_{n+1} = \ln 2\left(2u_n - 4\right)$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \ln 2$ وحدها الأول $v_0 = 2$ . .....

ب-كتابة عبارة v_n بدلالة n :

0.25

بما أن (v_n) متتالية هندسية فإن : $v_n = 2(\ln 2)^n$ ثم كتابة u_n بدلالة v_n

$$v_n = 2u_n - 4 \ ;$$

$$2u_n = v_n + 4 \quad ; \quad u_n = \frac{1}{2}v_n + 2$$

0.25

بالتعويض نجد $u_n = (\ln 2)^n + 2$.

0.25

ت- حساب : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left[(\ln 2)^n + 2\right] = 2$ لأن $\lim\limits_{n\to+\infty}(\ln 2)^n = 0$.

6) حساب المجموع :

$$s_n = \frac{1}{u_0 - 2} + \frac{\ln 4}{u_1 - 2} + \frac{(\ln 4)^2}{u_2 - 2} + \cdots + \frac{(\ln 4)^n}{u_n - 2}$$

0.25

تحقق أن $\dfrac{(\ln 4)^n}{u_n - 2} = 2^n$

$$v_n = 2u_n - 4 \ ;\ \frac{v_n}{2} = u_n - 2 \ ;\ \frac{1}{\frac{v_n}{2}} = \frac{1}{u_n - 2} \ ;$$

لدينا :

$$\frac{1}{u_n - 2} = \frac{2}{v_n} = \frac{2}{2(\ln 2)^n} \ ; \qquad \frac{(\ln 4)^n}{u_n - 2} = \frac{(2\ln(2))^n}{(\ln 2)^n} = \frac{2^n(\ln 2)^n}{(\ln 2)^n} = 2^n$$

0.5

المجموع $S_n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^n = \dfrac{1}{1-2}\left(1 - 2^{n+1}\right)$

$$S_n = -1 + 2^{n+1}$$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني 04 نقاط

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$:

$$\overline{z_1} - 1 + 3i = 0 \; ; z_1 = 1 + 3i$$

0.5

$$\Delta = (-10)^2 - 4(50)(1) = -100 \; ; \Delta = 100\,i^2$$

$$z_2 = 5 + 5i \quad ; \quad z_3 = 5 - 5i \; ; S = \{1 + 3i \; ; 5 + 5i ; 5 - 5i \}$$

2) أ- كتابة كل من z_A ; z_B على الشكل الأسي :

$$|z_A| = \sqrt{(5)^2 + (5)^2} = 5\sqrt{2}$$

0.25

ومنه $z_A = 5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

$$\arg(z_A) = \theta \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \, (k \in \mathbb{Z})$$

$$|z_B| = |\overline{z_A}| = \sqrt{(5)^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$$

أي

$$\arg(z_B) = \arg(\overline{z_A}) = \theta \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \theta = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \, (k \in \mathbb{Z})$$

0.25

$$z_B = 5\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

0.25

ب) تعليم النقط :

جـ) طويلة العدد المركب $\dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$

0.25×2

$$\left|\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right| = \frac{|(5+5i)-(1+3i)|}{|(5-5i)-(1+3i)|} = \left|\left(\frac{4+2i}{4-8i}\right)\frac{4+8i}{4+8i}\right| = \left|\frac{16-16+40i}{16+64}\right|$$

$$\left|\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right| = \left|\frac{1}{2}i\right| = \frac{1}{2}$$

عمدة العدد المركب: $\dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$:

$$\arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) = \arg\left(\frac{1}{2}i\right) = \frac{\pi}{2}$$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

د) $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$; $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ — 0.25

$\left|\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right| = \frac{CA}{CB} = \frac{1}{2}$

المثلث ABC قائم في C — 0.25

و $CA = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$; $CB = 2CA$

مساحة المثلث ACB هي $\frac{CB \times CA}{2} = \frac{2(2\sqrt{5})(2\sqrt{5})}{2} = 20\,u.a$.

3)أ) كتابة العدد a على الشكل الجبري: — 0.25

$$a = \left(\frac{-z_B}{5\sqrt{2}}\right)^{2025} - \left(\frac{z_A}{5\sqrt{2}}\right)^{2021}$$

$$= -e^{i\frac{-\pi}{4}} - e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

$$= -\left(\cos\frac{\pi}{4} - i.\sin\frac{\pi}{4}\right) - \left(\cos\frac{5\pi}{4} + i.\sin\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{-\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

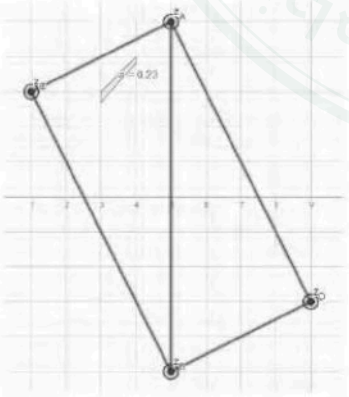
$$a = \sqrt{2}\,i$$

ب) تعيين قيم n حتى يكون a^n تخيليا صرفا: — 0.25

a^n تخيليا صرفا معناه : $\arg(a^n) = \frac{\pi}{2} + k\pi$

لدينا : $a = \sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه : $a^n = \sqrt{2}\,e^{i\frac{n\pi}{2}}$ معناه : $\frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ و منه: $n = 1 + 2k$

3) أ- تعين z_D حتى يكون الرباعي $ABDC$ مستطيل معناه $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ و منه



$$z_D - z_A = z_B - z_C$$

$$z_D = z_B - z_C + z_A$$

ومنه $z_D = 5 - 5i - 1 - 3i + 5 + 5i$ — 0.25

$$z_D = 9 - 3i$$

ب- لاحقة z_I منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$

$$z_I = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{1 + 3i + 5 - 5i}{2} = 3 - i$$ — 0.25

$\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OI}$: أي $\frac{z_D - z_O}{z_I - z_O} = \frac{9 - 3i}{3 - i} = 3$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

0.25	تبين أن نقاط على استقامية ومنه النقاط O ، I ، D في استقامية واحدة
	$\lvert -i.z+i-3\rvert = \lvert z-5-5i\rvert$
0.25	طبيعة (Γ) حيث $\left\lvert -i.\left(z+\frac{i-3}{-i}\right)\right\rvert = \lvert -i\rvert\left\lvert z+\frac{i-3}{-i}\right\rvert = \lvert z-1-3i\rvert$ حور القطعة $[CA]$
	$\lvert z-(3+i)\rvert = \lvert z-(5+5i)\rvert$; $\lvert z-z_C\rvert = \lvert z-z_A\rvert$
0.25	$CM = AM$
	الإنشاء:

التمرين الثالث 04 نقاط

0.25 — عدد الحالات الممكنة هو : $C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!}$ ومنه $C_8^3 = \frac{8\times 7\times 6}{3\times 2} = 56$.

0.5 — حساب $P(A)$: $P(A) = \frac{C_5^3}{C_8^3} = \frac{\frac{5!}{3!(5-3)!}}{56}$; $P(A) = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$

0.5 — حساب $P(B)$: $P(B) = \frac{C_5^1 \times C_3}{C_8^3}$; $P(B) = \frac{5\times 3}{56} = \frac{15}{56}$

0.5 — حساب $P(C)$:نلاحظ أن الحدث C هو الحدث المعاكس لـ A ومنه

$P(C) = 1 - P(A)$

$P(C) = 1 - \frac{5}{28}$

$P(C) = \frac{23}{28}$

0.25×3 — 2) القيم الممكنة لـ $X = \{-5;10;-20\}$

حساب : $p(X=-5) = \frac{2A_n^1 \times A_5^1}{A_{n+5}^2} = \frac{10n}{(n+4)(n+5)}$

0.25 — $p(X=10) = \frac{A_n^2}{A_{n+5}^2} = \frac{n(n-1)}{(n+4)(n+5)}$

$p(X=-20) = \frac{A_5^2}{A_{n+5}^2} = \frac{20}{(n+4)(n+5)}$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

قانون الاحتمال

X_i	-20	-5	10
$p(X=X_i)$	$\frac{20}{(n+4)(n+5)}$	$\frac{10n}{(n+4)(n+5)}$	$\frac{n(n-1)}{(n+4)(n+5)}$
$X_i\,p(X=X_i)$	$\frac{-400}{(n+4)(n+5)}$	$\frac{-50n}{(n+4)(n+5)}$	$\frac{10n^2-10n}{(n+4)(n+5)}$

0.5

الأمل الرياضياتي $E(x)=\frac{10n^2-60n-400}{(n+4)(n+5)}$. — 0.25

قيم n حتى تكون اللعبة عادلة اذا كان : $E(x)=0$ ومنه : $10n^2-60n-400=0$. $n=10$. — 0.25

قيم n حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب : $E(X)>0$ ومنه $n>10$. — 0.25

يمكن اختيار عدد الكريات السوداء احدى عشرة كرية على الأقل لكي تكون اللعبة مربحة.

التمرين الرابع 07 نقاط

I)

1) – بقراءة بيانية بما أن (Γ) فوق (Δ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $e^x-(x+1)\geq 0$. — 0.25

2) أ– دراسة اتجاه تغير الدالة g :

حساب $g'(x)$: $g'(x)=2x+1-e^x=-(e^x-(x+1))$ — 0.5

$g'(x)\leq 0\ ;\ x\in\mathbb{R}$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0]$ **و** $[0;+\infty[$.

ب– برهان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $-2.2<\alpha<-2.1$

(مبرهنة القيم المتوسطة)

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

بما أن الدالة g مستمرة و رتيبة تماما لأنها متناقصة تماما على المجال $]-2.2;-2.1[$ — 0.25

$g(-2.2)\times g(-2.1)<0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة $\begin{cases} g(-2.2)=0.11 \\ g(-2.1)=-0.02 \end{cases}$ — 0.25

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.2<\alpha<-2.1$ و $g(\alpha)=0$.

جـ- جدول إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x : — 0.25

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$g(x)$	+	0	−

(II)

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{2x}-x^2e^x\right)=0$

إذن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل بجوار $-\infty$ معادلته $y=0$ — 0.5

ب-

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(e^{2x}-x^2e^x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left[e^{2x}\left(1-\frac{x^2}{e^x}\right)\right]=+\infty$$ — 0.25

1) أ- حساب $f'(x)$: الدالة f معرفة وتقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ دالتها المشتقة

$$f'(x)=2e^{2x}-2x.e^x-x^2.e^x=2e^x\left(-\frac{1}{2}x^2-x+e^x\right)$$ — 0.25

$$f'(x)=-2e^x.g(x)$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$g(x)$	+	0	−
$f'(a)$	−	0	+

ب) اتجاه تغير : جدول الإشارة $f'(x)$ — 0.25

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ و الدالة f متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$.

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

- جدول تغيرات :

x	$-\infty$		a		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$f(a)$	↗	$+\infty$

0.25

2) تعين $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+\alpha)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$.

0.25×2 منحنى (C_f) يقبل مماس أفقي عند النقطة ذات الفاصلة $x_\alpha=\alpha$ معادلته $y=f(\alpha)$.

0.25 3) معادلة المماس (T) عند 0 : $\left.\begin{matrix} f'(0)=2 \\ f(0)=1 \end{matrix}\right\} y=2x+1\cdots(T)$.

0.25
$$\begin{cases} g(\alpha)=0\ ;\ e^{\alpha}=\dfrac{1}{2}\alpha^2+\alpha \\ f(\alpha)=e^{2\alpha}-\alpha^2e^{\alpha}=\left(\dfrac{1}{2}\alpha^2+\alpha\right)^2-\alpha^2\left(\dfrac{1}{2}\alpha^2+\alpha\right) \\ f(\alpha)=\alpha^2\left(1-\dfrac{1}{4}\alpha^2\right) \end{cases}$$

4) إثبات أن

$-2.2<\alpha<-2.1\ ;\ (-2.1)^2<\alpha^2<(-2.2)^2$

0.25 الحصر

$$1-\frac{(-2.2)^2}{4}<1-\frac{1}{4}\alpha^2<1-\frac{(-2.1)^2}{4}$$

$$(-2.1)^2\left(1-\frac{(-2.2)^2}{4}\right)<\alpha^2\left(1-\frac{1}{4}\alpha^2\right)<(-2.2)^2\left(1-\frac{(-2.1)^2}{4}\right)$$

$-0.9261<f(\alpha)<-0.4961$

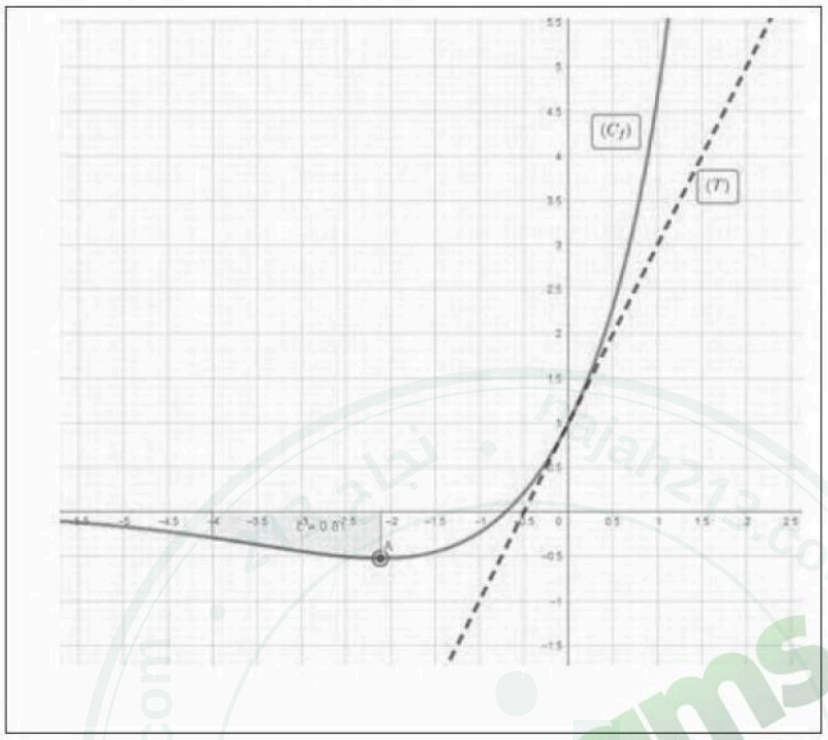
نأخذ $f(\alpha)=-0,53$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

0.25	6) حساب $f'(1)$ ومنه $f(1)=e^2-e$
	الرسم :
0.25	
	7) مناقشة بيانية :
	1) $f(x)=2x+\|m\|.....(I)$ تعني : $\begin{cases} f(x)=2x+\|m\| \quad ..(I) \\ y=f(x) \end{cases}$
	هو ايجاد فواصل النقط المشتركة بين (C_f) و المستقيم (Δ_m) معادلته : $y=2x+\|m\|$
	إذا كان $\|m\|<1$ معناه $-1\le m\le 1$ فإن المعادلة (I) ليس لها حلا في $\Re$.
0.25	إذا كان $\|m\|=1$ معناه $m=1$ أو $m=-1$ فإن المعادلة (I) تقبل حلا مضاعفا معدوما.
	إذا كان $\|m\|>1$ أي: $m\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ فإن المعادلة (I) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .
0.25×2	8) أ) حساب $H'(x)$ الدالة H معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $H'(x)=(2x-2+x^2-2x+2)e^x$
	H أصلية الدالة h على $\mathbb{R}$. $H'(x)=x^2e^x \quad ; \quad H'(x)=h(x)$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب) حساب مساحة الحيز بدلالة α .

$$A=\int_{-4}^{\alpha}\left(0-f(x)\right)=-\frac{1}{2}\int_{-4}^{\alpha}2e^{2x}dx+\int_{-4}^{\alpha}x^2e^x dx$$

0.5

$$A=\left[H(x)-\frac{1}{2}e^{2x}\right]_{-4}^{\alpha}$$

$$A=\left[\frac{-1}{2}e^{2\alpha}+\left(\alpha^2-2\alpha+1\right)e^{\alpha}+\frac{1}{2}e^{-8}-26e^{-4}\right]$$

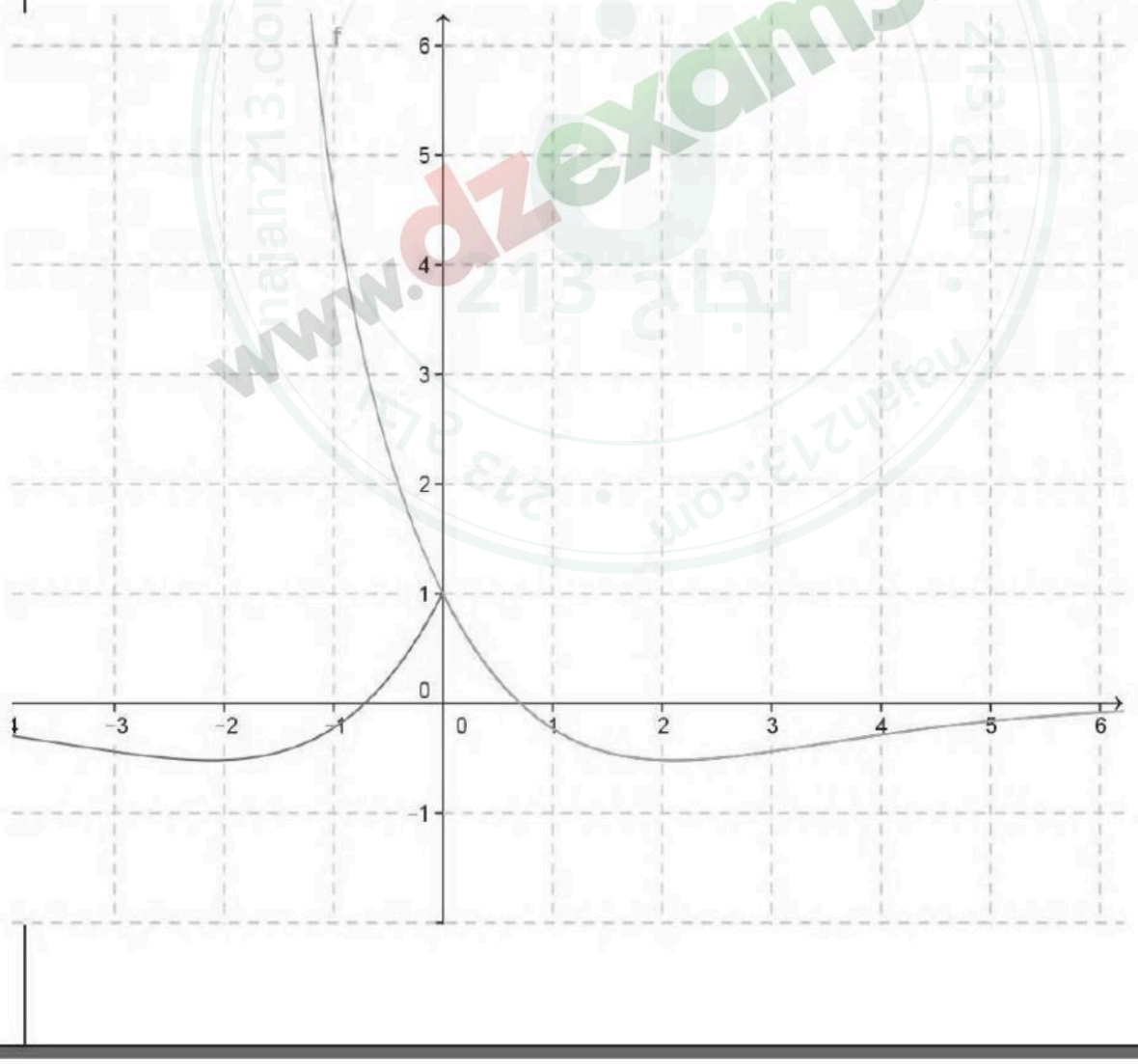
III) أ- إثبات أن الدالة K زوجية : من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$

0.25 حساب $K(-x)=K(x)$

ب- كيفية إنشاء (C_K) :

على المجال $]-\infty;0]$ المنحنى (C_K) ينطبق على (C_f).

0.25 على المجال $[0;+\infty[$ $K(x)=f(-x)$ و عليه المنحنى (C_K) يناظر (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب.



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com