najah213.com · نجاح 213

مديرية التربية لولاية الجلفة — ثانوية صديقي النوري –الجلفة–

اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي– شعبة رياضيات — الأستاذ: قويسم الخليل

المدة: ساعتان — يوم: 22 مـــاي 2023

◄ التمرين الأول: (09 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. m و t عددان حقيقيان

نعتبر النقط $A(-1;2)$، $B(3;0)$، $C(m;-2)$، $D(-1;-4)$ و $E(t;2t-1)$

[01.00] ❶ أ/ عيّن قيمة m حتى يكون المثلث ABC قائم في A

[02.00] ب/ عيّن (γ) معادلة للدائرة المحيطة بهذا المثلث (يُطلب تعيين مركزها I ونصف قطرها)

[01.00] ج/ عيّن (T) معادلة المماس للدائرة (γ) في A

❷ (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=2x-1$

[01.00] أ/ تحقق أنّ E تنتمي إلى المستقيم (Δ)

[01.00] ب/ عيّن إحداثيتي E حتى يكون المستقيمين (Δ) و(CE) متعامدين

[00.50] ج/ هل $D\in(\gamma)$؟

❸ نعتبر المجموعة (Γ) للنقط $M(x,y)$ حيث $x^2+y^2+4x-2y-21=0$

[01.00] أ/ بيّن أنّ (Γ) دائرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r

[00.50] ب/ هل $D\in(\Gamma)$؟

[01.00] ج/ عيّن نقط تقاطع الدائرتين (γ) وَ (Γ)

◄ التمرين الثاني: (09 نقاط)

نعتبر (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n\in\mathbb{N}$؛ $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$

و (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{2+u_n}{1-u_n}$

[01.50] ❶ بيّن أنّ (v_n) هندسية، يُطلب تعيين أساسها وحدها الاول

[01.00] ❷ أستنتج اتجاه تغير (v_n)

[01.00] ❸ أكتب عبارة v_n بدلالة n

[02.00] ❹ بيّن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $u_n=1-\frac{3}{1+v_n}$، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n

[01.50] ❺ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$، ماذا تستنتج ؟

[02.00] ❻ احسب، بدلالة n، كل من S_n و P_n حيث:

$$S_n=\frac{1}{1-u_0}+\frac{1}{1-u_1}+\ldots+\frac{1}{1-u_n} \quad \text{وَ} \quad P_n=v_0^2\times v_0^2\times\ldots\times v_n^2$$

◄ التمرين الثالث: (02 نقاط)

[02.00] أثبت أنّ: $\cos^3(x)=\frac{\cos(3x)+3\cos(x)}{4}$ (إرشاد: $\cos(3x)=\cos(2x+x)$)

إمسح أو أنقـــر رمز الاستجابة السريعة
لمشاهدة الحل المُفصل
www.dzexams.com

أستاذكم قويسم الخليل يتمنى لكم:
عطلة سعيدة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

تصحيح مقترح لاختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي- شعبة رياضيات
الأستاذ: قويسم الخليل

◄ التمرين الأول: (09 نقاط)

❶

أ/ تعيين قيمة m حتى يكون المثلث ABC قائم في A:

ABC مثلث قائم في A معناه: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}m+1\\-4\end{pmatrix}$

ومنه: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

معناه: $(4)(m+1)+(-2)(-4)=0$

معناه: $4m+4+8=0$

معناه: $m=-3$

إذن: ABC قائم في A لما: $m=-3$

ب/ تعيين معادلة للدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC:

بما أنّ ABC قائم في A

فإنّ قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو $[BC]$

وعليه $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=0$

لدينا: $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}3-x\\0-y\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix}-3-x\\-2-y\end{pmatrix}$

ومنه: $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=0$

معناه: $(3-x)(-3-x)+(0-y)(-2-y)=0$

معناه: $x^2+y^2+2y-9=0$

إذن: $(\gamma): x^2+y^2+2y-9=0$

- إيجاد I مركز الدائرة (γ)

لدينا I منتصف $[BC]$

ومنه: $I\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ أي: $I(0;-1)$

- إيجاد نصف القطر:

لدينا: $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$

$$r=\frac{BC}{2}=\frac{\sqrt{(-6)^2+(-2)^2}}{2}=\frac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$$

ج/ تعيين معادلة (T)

لدينا: $(T): ax+by+c=0$

لدينا: (IA) ناظم لـ (T) حيث: $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

فإنّ: $(T): -x+3y+c=0$

بما أنّ $A\in(T)$

فإنّ: $-(-1)+3(2)+c=0$

أي: $c=-7$

إذن: $(T): -x+3y-7=0$

أي: $(T): x-3y+7=0$

❷

أ/ التحقق أن $E\in(\Delta)$:

لدينا: $2t-(2t-1)-1=0$

معناه: $2t-2t+1-1=0$

معناه: $0=0$

إذن: $E\in(\Delta)$

ب/ تعيين إحداثيتي النقطة E:

المستقيمين (Δ) و(CE) متعامدين معناه: $\vec{u}_\Delta\cdot\overrightarrow{CE}=0$

لدينا: $\vec{u}_\Delta\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}t+3\\2t+1\end{pmatrix}$

ومنه: $\vec{u}_\Delta\cdot\overrightarrow{CE}=0$

معناه: $(1)(t+3)+(2)(2t+1)=0$

معناه: $5t+5=0$

معناه: $t=-1$

إذن: $E(-1;-3)$

ج/ هل $D\in(\gamma)$؟

لدينا: $(\gamma): x^2+y^2+2y-9=0$

ومنه: $(-1)^2+(-4)^2+2(-4)-9=0$

ومنه: $0=0$

إذن: $D\in(\gamma)$

❸

أ/ تبيين أنّ (Γ) دائرة:

لدينا: $x^2+y^2+4x-2y-21=0$

ومنه: $(x+2)^2-4+(y-1)^2-1-21=0$

ومنه: $\big(x-(-2)\big)^2+(y-1)^2=26$

إذن: (Γ) دائرة مركزها $\Omega(-2;1)$ ونصف قطرها $\sqrt{26}$

ب/ هل $D\in(\Gamma)$؟

لدينا: $(\Gamma): x^2+y^2+4x-2y-21=0$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ومنه: $(-1)^2 + (-4)^2 - 4 - 2(-4) - 21 = 0$

ومنه: $0 = 0$

إذن: $D \in (\Gamma)$

ج/ إيجاد نقط تقاطع الدائرتين (γ) و (Γ):

لدينا: $\begin{cases} (\Gamma): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 21 = 0 \\ (\gamma): x^2 + y^2 + 2y - 9 = 0 \end{cases}$

لدينا: $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 21 = x^2 + y^2 + 2y - 9$

معناه: $4x - 4y - 12 = 0$

معناه: $x - y - 3 = 0$

معناه: $x = y + 3$

نعوض قيمة x في (γ)

نجد: $(y+3)^2 + y^2 + 2y - 9 = 0$

ومنه: $y^2 + 9 + 6y + y^2 + 2y - 9 = 0$

ومنه: $2y^2 + 8y = 0$

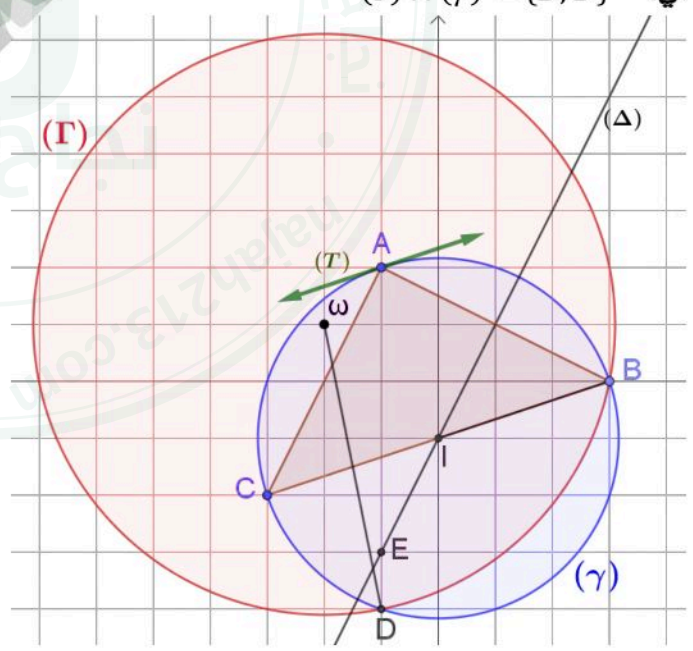
ومنه: $y^2 + 4y = 0$

ومنه: $y(y+4) = 0$

ومنه: $\begin{cases} y = 0 \\ \text{أو} \\ y = -4 \end{cases}$

إذن: $(\Gamma) \cap (\gamma) = \{(3;0); (-1;-4)\}$

أي: $(\Gamma) \cap (\gamma) = \{B; D\}$



◄ التمرين الثاني: (09 نقاط)

❶ تبيين أنّ (v_n) هندسية:

$$v_{n+1} = \frac{2 + u_{n+1}}{1 - u_{n+1}} = \frac{2 + \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}}{1 - \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}} = \frac{5u_n + 10}{-2u_n + 2}$$

$$= \frac{5(u_n + 2)}{2(1 - u_n)} = \frac{5}{2} v_n$$

❷ استنتاج اتجاه تغير (v_n):

لدينا: $v_0 = \frac{2 + u_0}{1 - u_0} = 3$

بما أن: $q > 1$ و $v_0 > 0$

فإنّ (v_n) **متزايدة تماما على** $\mathbb{N}$

❸ كتابة عبارة v_n بدلالة n:

$$v_n = \boxed{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$$

❹ تبيين أنّ $u_n = 1 - \frac{3}{1+v_n}$:

لدينا: $v_n = \frac{2 + u_n}{1 - u_n}$

ومنه: $v_n(1 - u_n) = 2 + u_n$

ومنه: $v_n - u_n v_n = 2 + u_n$

ومنه: $v_n - 2 = u_n v_n + u_n$

ومنه: $u_n(v_n + 1) = v_n - 2$

ومنه: $u_n = \frac{v_n - 2}{v_n + 1}$

ومنه: $u_n = \frac{v_n + 1 - 3}{v_n + 1}$

ومنه: $u_n = \frac{v_n + 1}{v_n + 1} - \frac{3}{v_n + 1}$

ومنه: $u_n = 1 - \frac{3}{v_n + 1}$

- استنتاج عبارة u_n بدلالة n:

$$u_n = 1 - \frac{3}{v_n + 1} = \boxed{1 - \frac{3}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n + 1}}$$

❺ حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$:

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \lim_{n \to +\infty} \left(1 - \frac{3}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n + 1}\right) = 1$$

لأنّ: $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{5}{2}\right)^n = +\infty$

- الاستنتاج: (u_n) متقاربة

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❻ حساب، بدلالة n، كل من S_n و P_n :

لدينا : $u_n = 1 - \dfrac{3}{v_n + 1}$

ومنه : $u_n - 1 = -\dfrac{3}{v_n + 1}$

ومنه : $\dfrac{1}{u_n - 1} = -\dfrac{v_n + 1}{3}$

ومنه : $\dfrac{1}{1 - u_n} = \dfrac{1}{3}(v_n + 1)$

وعليه:

- $S_n = \dfrac{1}{1-u_0} + \dfrac{1}{1-u_1} + \cdots + \dfrac{1}{1-u_n}$
$= \dfrac{1}{3}(v_0 + 1) + \dfrac{1}{3}(v_1 + 1) + \cdots + \dfrac{1}{3}(v_n + 1)$
$= \dfrac{1}{3}(v_0 + 1 + v_1 + 1 + \cdots + v_n + 1)$
$= \dfrac{1}{3}(v_0 + v_1 + \cdots + v_n + 1(n+1))$
$= \dfrac{1}{3}\left(3\left(\dfrac{\left(\frac{5}{2}\right)^{n+1} - 1}{\frac{5}{2} - 1}\right) + n + 1\right)$
$= \boxed{\dfrac{1}{3}\left(2\left(\left(\dfrac{5}{2}\right)^{n+1} - 1\right) + n + 1\right)}$
- $P_n = v_0^2 \times v_0^2 \times \ldots \times v_n^2 = (v_0 \times v_0 \times \ldots \times v_n)^2$
$= \left(3\left(\dfrac{5}{2}\right)^0 \times 3\left(\dfrac{5}{2}\right)^1 \times \ldots \times 3\left(\dfrac{5}{2}\right)^n\right)^2$
$= \left(3^{n+1} \times \left(\dfrac{5}{2}\right)^{0+1+\cdots+n}\right)^2$
$= \left(3^{n+1} \times \left(\dfrac{5}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}\right)^2$
$= \boxed{3^{2n+2} \times \left(\dfrac{5}{2}\right)^{n(n+1)}}$

◄ التمرين الثالث: (02 نقاط)

اثبات أنّ: $\cos^3(x) = \dfrac{\cos(3x) + 3\cos(x)}{4}$:

لدينا:

$$\begin{aligned}
\cos(3x) &= \cos(2x + x) \\
&= \cos(2x)\cos x - \sin(2x)\sin x \\
&= (\cos^2 x - \sin^2 x)\cos x - (2\cos x \sin x)\sin x \\
&= \cos^3 x - \cos x \sin^2 x - 2\cos x \sin^2 x \\
&= \cos^3 x - 3\cos x \sin^2 x \\
&= \cos^3 x - 3\cos x\,(1 - \cos^2 x) \\
&= \cos^3 x - 3\cos x + 3\cos^3 x \\
&= 4\cos^3 x - 3\cos x
\end{aligned}$$

إذن:

$$\cos(3x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

وعليه:

$$\cos^3 x = \frac{\cos(3x) + 3\cos x}{4}$$

بالتوفيق في شهادة البكالوريا العام المقبل



❤️ لا تنسونا من صالح دعائكم ❤️

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com