najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

المؤسسة : متقن شعلال مسعود ـ قالمة ـ

السنة الدراسية : 2023 /2024

المستوى : الثالثة ع تج

المدة 3 ساعـــــــات

## الاختبـار الثاني في مادة الرياضيـــــات

### التمرين الأول : (04 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـ : $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$ .

1. أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \leq n + 3$ .
   ب ـ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .
2. نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n$ .
   أ ـ بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .
   بـ تحقق أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ : $u_n = n + 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$ .
3. أحسب المجموع $S_n$ حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n^2}$ .

### التمرين الثاني (05 ن)

يحتوي كيس على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس ، منها 6 بيضاء مرقمة بـ : $0 ، 1- ، 2 ، 2 ، 2 ، 2$ و 4 كريات خضراء مرقمة بـ : $1- ، 1- ، 1- ، 2$ .

نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد .

1) أ ـ أحسب احتمال الحوادث التالية :
   الحادثة $A$ " الحصول على 3 كريات تحمل نفس الرقم " .
   الحادثة $B$ " الحصول على 3 كريات من نفس اللون "
   الحادثة $C$ " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها سالب تماما "
   ب ـ بين أن $p(A \cap B) = \frac{1}{24}$ ، ثم أحسب $p_B(A)$ و $p(A \cup B)$ .
2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة .
   أ ـ عين قيم $X$ ، ثم عرف قانون احتماله .
   ب ـ أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير $X$ .
3) نسحب الان عشوائيا 3 كريات على التوالي و بالارجاع .
   • أحسب احتمال الحادثة $E$ حيث : $E$ " الكرات المسحوبة تحمل أرقام مختلفة في الإشارة " .

### التمرين الثالث : (04 ن)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الاتية في كل حالة :

1. مجموعة حلول المعادلة : $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$ ذات المجهول $x$ في المجال $]0 ; +\infty[$ هي :
   أ ـ $S = \{e^3\}$ .  ب ـ $S = \{-2 ; 3\}$ .  جـ ـ $S = \{e^{-2} ; e^3\}$ .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2. العدد الحقيقي $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}}$ يساوي :

أ- 2022 . ب- $\ln 2022$ . ج- $\ln 4043$ .

3. حل المعادلة التفاضلية : $y' = \frac{2x+1}{x+1}$ و الذي يحقق $y(0) = -2$ هو :

أ- $y = -2x + \ln|x+1| + 1$ . ب- $y = 2x - \ln|x+1| - 2$ . ج- $y = x + \ln|x+1|$ .

4. $a$ عدد حقيقي ، الاعداد : $a$ ، $a+3$ و $a+9$ بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية هندسية من أجل :

أ- $a = 3$ . ب- $a = 9$ . ج- $a = 5$ .

**التمرين الرابع :(07 ن)**

*I.* نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$ .

1. أثبت أن الدالة $g$ متناقصة تماما على $]0\ ;\ +\infty[$ .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1.8 < \alpha < 1.9$ ، ثم استنتج تبعا لقيم $x$ إشارة $g(x)$ .

*II.* لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$ ، و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O\ ;\ I\ ;\ J)$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$ .

1. أحسب كلا من : $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .

2. أ - بين أنه من أجل كل $x \in ]0\ ;\ +\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{2(2x+1)g(x)}{(x^2+x)^2}$ .

ب - استنتج أن الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0\ ;\ \alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha\ ;\ +\infty[$ .

ج - تحقق أن : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ .

د - شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3. عين معادلة المماس $(\Delta)$ لـ $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4. أنشئ كلا من $(\Delta)$ و $(C_f)$ .

5. أ - جد دالة أصلية للدالة $x \longmapsto \frac{\ln x}{x}$ ، ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة عين $H$ الدالة الاصلية للدالة : $x \longmapsto \frac{\ln x}{x^2}$ ، و التي تنعدم عند 1 .

ب - تحقق أنه من أجل كل $x \geq 1$ : $\frac{\ln x}{x^2} \leq f(x)' \leq \frac{\ln x}{x}$ .

ج - $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ و $x = 1$ و $x = \alpha$

استنتج حصرا لـ $A(\alpha)$ .

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com