najah213.com · نجاح 213



## درس شامل حول المرجح في المستوي

## مرجح نقطتين.

**تعريف مرجح نقطتين:** لتكن $A$ و $B$ نقطتين متمايزتين وليكن $\alpha$ و $\beta$ عددين حقيقيين _ حيث $\alpha + \beta \neq 0$.

نسمي مرجح النقطتين $A$ و $B$ المرفقتين بالمعاملين $\alpha$ و $\beta$ على الترتيب النقطة $G$ حيث: $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$.

1) إذا كانت نقطة $A$ مرفقة بالعدد الحقيقي $\alpha$ الثنائية $(A;\alpha)$ تسمى نقطة مثقلة.

2) الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ تسمى جملة نقطتين مثقلتين.

3) النقطة $G$ هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$.

4) إذا كان $\alpha = \beta \neq 0$

فإنّ $G$ تسمى مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين $A$ و $B$.

وفي هذه الحالة نأخذ $\alpha = \beta = 1$.

النقطة $G$ منتصف القطعة $[AB]$ .

5) إذا كانت النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإنّ النقط $A$ ، $B$ و $G$ على استقامة واحدة.

6) إذا كانت $A$ منطبقة على $B$ فإنّ: $G$ ينطبق على $A$.

### خواص

1) $G$ وحيدة

(لأنّ $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$) إنشاء $G$

4) $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta)\}$

حيث $k$ عدد حقيقي غير معدوم.

أي: (إذا ضربنا المعاملات في نفس العدد الحقيقي غير المعدوم لا يتغير المرجح).

5) من أجل كل نقطة $M$ من المستوي،

$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

### ملاحظة:

إذا كان المرجح $G$ منتصف القطعة $[AB]$ فإنّ من أجل كل نقطة $M$ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MG}$.

**احداثيات المرجح :** إذا كان $A(x_A;y_A)$، $B(x_B;y_B)$ و $G(x_G;y_G)$

فإنّ:



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta} \\ y_G = \dfrac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \end{cases}$$

**حالات خاصة:** إذا كانت النقطة $G$ منتصف القطعة $[AB]$، فإنّ:

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

## مرجح ثلاث نقط.

**تعريف مرجح ثلاث نقط:** $A$ ، $B$ و $C$ ثلاث نقط؛ $\alpha$ ، $\beta$ و $\gamma$ ثلاث أعداد حقيقية حيث $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$.

نسمي مرجح النقط $A$ ، $B$ و $C$ المرفقة بالمعاملات $\alpha$ ، $\beta$ و $\gamma$ على الترتيب النقطة $G$ حيث: $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

1) إذا كانت نقطة $C$ مرفقة بالعدد الحقيقي $\gamma$ الثنائية $(C, \gamma)$ تسمى نقطة مثقلة.

2) الجملة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$ تسمى جملة ثلاث نقط مثقلة.

3) $G$ هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$.

4) إذا كان $\alpha = \beta = \gamma \neq 0$

فإنّ $G$ تسمى مركز المسافات المتساوية للنقط $A$ ، $B$ و $C$.

وفي هذه الحالة نأخذ $\alpha = \beta = \gamma = 1$.

*وإذا كانت النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية*

*فإنّ $G$ مركز ثقل المثلث $ABC$.*

*5) إذا كانت النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$ وكانت النقط $A$ ، $B$ و $C$ في استقامية فإنّ النقط $G$ و في استقامية.*

*6) إذا كانت $A$ منطبقة على $B$ و $C$ فإنّ: $G$ ينطبق عليهم*

**خواص** 1) $G$ وحيدة

(لأنّ $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$) إنشاء $G$

4) $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A, k\alpha); (B, k\beta); (C, k\gamma)\}$ حيث $k$ عدد حقيقي غير معدوم.

أي: (إذا ضربنا المعاملات في نفس العدد الحقيقي غير المعدوم لا يتغير المرجح).

5) من أجل كل نقطة $M$ من المستوي،

$$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG}.$$

**ملاحظة:** إذا كان المرجح $G$ مركز ثقل المثلث $ABC$ فإنّ من أجل كل نقطة $M$ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

**خاصية التجميع:**



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**مبرهنة:**

$G$مرجح النقط $A$ ، $B$ و$C$المرفقة بالمعاملات$\alpha$ ، $\beta$ و$\gamma$على الترتيب.

إذا كان$\alpha + \beta \neq 0$ وكانت النقطة$D$مرجح النقطتين$A$ و$B$المرفقتين بالمعاملين$\alpha$ و$\beta$على الترتيب.

فإن:$G$ مرجح النقطتين$D$ و$C$المرفقة بالمعاملات$\alpha + \beta$ و$\gamma$على الترتيب.

**احداثيات المرجح :** إذا كان$A(x_A; y_A)$، $B(x_B; y_B)$، $C(x_C; y_C)$

و$G(x_G; y_G)$ فإنّ:

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ y_G = \dfrac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \end{cases}$$

حالات خاصة:إذا كانت النقطة$G$مركز ثقل المثلث$ABC$ ، فإنّ:

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

## مرجح عدة نقط واستعمالات المرجح

يُمكن تعريف وبنفس الطريقة جملة$n$نقطة مثقلة).

مرجح عدة نقط (مرجح$n$نقطة حيث$n > 3$)

يُمكن التعميم.الخواص المعروفة في مرجح ثلاث نقط تبقى صحيحة في مرجح$n$نقطة.

تعيين مجموعة نقط باستعمال المرجح.

الهدف هو تعيين حسب قيم العدد الحقيقي$k$المجموعة$(\Gamma_k)$مجموعة النقط$M$من المستوي التي

تحقق:$\left\|\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}\right\| = k$

إذا كان لدينا:$\alpha + \beta + \gamma \neq 0$

باستعمال العلاقة$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG}$

نجد: $MG = \dfrac{k}{|\alpha+\beta+\gamma|}$ (هي$G$المرجح)

في حالة $k < 0$ $k = 0$ $k > 0$

فإنّ:

$M = G$ أي:$M$ تنطبق على$G$ $/ (\Gamma_k) = \{\ \}$

$(\Gamma_k) = \{G\}$

المجموعة$(\Gamma_k)$هي دائرة مركزها$G$مرجح الجملة المثقلة

$\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$ ونصف قطرها$r = \dfrac{k}{|\alpha+\beta+\gamma|}$.

الأستاذ: تونسي ن



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

# سلسلة تمارين حول المرجح في المستوي

## التمرين رقم (01):

$ABC$ مثلث

1) $I$ نقطة من المستوي معرفة كما يلي: $\overrightarrow{AI} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$

1. بين أن النقطة $I$ هي مرجح النقطتين $A$ و $B$ مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
2. أنشئ النقطة $I$

2) $J$ مرجح الجملة المثقلة $\{(B;2),(C;-1)\}$ أنشئ النقطة $J$

3) $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1)(B;4)(C;-2)\}$ أنشئ النقطة $G$

4) نسمي $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\right\| = 5\left\|2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

5) و $(F)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|4\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MC}\right\|$

1. عين ثم أنشئ كلا من المجموعتين $(E)$ و $(F)$.

## التمرين رقم (02):

ليكن ABCD مربعا مركزه O و G مرجح الجملة $\{(A\cdot 1).(B.2).(C.3).(D.6)\}$

1) أنشئ I مرجح الجملة $\{(A.1).(C.3)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B.2).(D.6)\}$.

2) بين أن G مرجح النقطتين I و J المرفقتين بالمعاملين 1 و 2 علي الترتيب ثم أنشئ G

3) لتكن M نقطة من المستوي . عين ثم أنشئ المجموعة $(E)$ للنقط M التي تحقق :

$$\left\|\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}+6\overrightarrow{MD}\right\| = 12\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|\right\|$$

4) المستوي منسوب إلي معلم $(A.\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD})$

- اوجد إحداثي G .
- اوجد إحداثي $G'$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A.3).(B.6).(C.1).(D.2)\}$
- استنتج أن النقط O . G . $G'$ في استقامية

## التمرين رقم (03):

$ABC$ مثلث قائم ومتساوي الساقين في $A$ حيث: $AB = AC = 4cm$.

1. نعرف النقطة $G$ بالعلاقة : $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

بين أن النقطة $G$ مرجح للنقط $A$ ، $B$ ، $C$ المرفقة بالمعاملات $\alpha$ ، $\beta$ ، $\gamma$ على الترتيب يطلب تعيينها .

2. لتكن $M$ نقطة كيفية من المستوي .

أ. عبر عن الشعاع $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.

ب. بين أنه يمكن كتابة الشعاع $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ على الشكل $\vec{v} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

ج. أنشئ النقطة $D$ المعرفة بـ: $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$.

د. أحسب $AD$ و $AG$ بالسنتيمتر.

3. استنتج من الأسئلة السابقة المجموعة $(E)$، مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

najah213.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**التمرين رقم (04):**

ليكن $ABC$ مثلثا قائم في $B$ ومتساوي الساقين حيث: $BA = 1$

نعتبر النقطتين $G$ و $H$ المعرفتين كما يلي: من أجل كل نقطة $M$ من المستوي

$$3\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MH} \quad ، \quad 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MG}$$

1) عبر عن $\overrightarrow{AG}$ و $\overrightarrow{BH}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

2) استنتج أن $\overrightarrow{AG}$ و $\overrightarrow{BH}$ مرتبطان خطيا.

2) عين مجموعة النقط $M$ من المستوي بحيث: $2\left\|3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}\right\|$

4) بين أن الشعاع $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ مستقل عن النقطة $M$

5) إستنتج مجموعة النقط $M$ من المستوي بحيث: $\left\|3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$

مع تحديد عناصرها المميزة. ( علما أن $\left\|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right\| = \sqrt{2}$ ).

**التمرين رقم (05):**

$ABCD$ متوازي أضلاع ، $m$ عدد حقيقي ، نرمز بـ $G_m$ لمرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2m), (B, 1-m), (C, 2-m)\}$.

1. بين أن $G_m$ موجود من أجل كل عدد حقيقي $m$.
2. أنشئ النقطة $G_1$.
3. عين مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\| = \frac{3}{2}AB$
4. عبّر عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة $m$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

**التمرين رقم (06):**

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ، نعتبر النقط $A(-2,0)$ ، $B(4,-2)$ ، $C(2,3)$.

$H$ نقطة معرفة كما يلي : $-\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{BH} = \vec{0}$ و $G_\alpha$ مرجح الجملة $\{(A,\alpha), (B,\alpha^2+1), (C,4\alpha-1)\}$ .

❶- بين أن النقطة $H$ هي مرجح النقطتين $A$ و $B$ المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعيينهما .

❷- علم النقط $A$ و $B$ ، $C$ ، ثم أنشئ النقطة $H$ .

❸- عين قيم $\alpha$ التي من اجلها تكون $G_\alpha$ موجودة . ثم أنشئ النقطة $G_1$ .

❹- بين أن النقط $C$ و $H$ ، $G_1$ على استقامة واحدة .

❺- عين و أنشئ مجموعة النقط M من المستوي في الحالتين الآتيتين :

$(E_1): \left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\|$ .

$(E_2): \left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right\|$ .

**التمرين رقم (07):** $ABC$ مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = 3cm$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$(S)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

1) أنشئ النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,-3)\}$

2) عين مجموعة النقط $(S)$.

3) تحقق أن النقطة $C$ تنتمي إلى المجموعة $(S)$.

4) أنشئ المجموعة $(S)$.

**التمرين رقم (08):** المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) مثل النقط $A\left(\frac{3}{2},-3\right)$، $B(0,4)$، $C(3,0)$.

2) لتكن $I$ مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-2)\}$ و $J$ مرجح الجملة $\{(B,2);(C,3)\}$ و $G$ مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$

عين احداثي كل من النقط $I$ ، $J$ و $G$ ثم مثلها في المعلم السابق.

3) عين ثم أنشئ المجموعة $(E)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\| = \frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين ثم أنشئ المجموعة $(F)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

**التمرين رقم (09):** $ABC$ مثلث كيفي

1. أنشئ النقط $E$ ، $F$ و $G$ حيث:

$E$ مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$ ، $F$ معرفة كمايلي: $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ و $G$ منتصف القطعة $[AB]$

2. عين العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ حيث $F$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$
3. لتكن النقطة $I$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$
   أ) بين أن النقط $A$ ، $I$ و $E$ على استقامة واحدة
   ب) بين أن المستقيمات $(AE)$ ، $(BF)$ و $(CG)$ تتقاطع في نقطة واحدة يطلب تعيينها

الأستاذ: تونسي ن



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ التي تحقق : $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\| = 7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$
5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ التي تحقق : $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\| = \frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

**التمرين رقم (10):** نعتبر $ABC$ مثلث ، $I$ و $J$ نقطتين معرفتين كمايلي : $\vec{AI}=\frac{2}{3}\vec{AC}$ و $\vec{AJ}=3\vec{AB}$

النقطة $G$ نظيرة النقطة $B$ بالنسبة لـ $I$

1. أنشئ المثلث $ABC$ و النقطتين $I$ و $J$
2. أ) أكتب $\vec{GB}$ بدلالة $\vec{GA}$ و $\vec{AC}$

ب) استنتج أن $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-3);(C,4)\}$

3. بين أن النقط $G$ ، $C$ و $J$ على استقامة واحدة
4. عين ثم انشئ مجموعة النقط $M$ التي تحقق : $\left\|2\vec{MA}-3\vec{MB}+4\vec{MC}\right\| = 3\left\|2\vec{MA}-3\vec{MB}\right\|$

**التمرين رقم (11):** $ABC$ مثلث. $I$ نقطة من $(AB)$ حيث $2\vec{IA}+\vec{IB}=\vec{0}$

$G$ نقطة من $(IC)$ حيث $3\vec{GI}-2\vec{GC}=\vec{0}$. المستقيم $(AG)$ يقطع المستقيم $(BC)$ في $H$ .

1) ارسم شكلا.

2) بين أن $G$ مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,-2)\}$

3) لتكن النقطة $L$ مرجح الجملة $\{(B,1);(C,-2)\}$

4)أ- بين أن النقطة $L$ تنتمي إلى المستقيمين $(BC)$ و $(AG)$

ب- استنتج العدد الحقيقي $k$ حيث $\vec{BH}=k\vec{BC}$.

**التمرين رقم (12):** ليكن $ABC$ مثلثا حيث $AB=8cm$ و $BC=4cm$ و $AC=6cm$.

1) لتكن $I$ مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4)\}$. أنشئ النقطة $I$.

2) لتكن $J$ مرجح الجملة $\{(B,2);(C,-1)\}$. أنشئ النقطة $J$.

3) نرمز بـ $G$ إلى مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$ بين أن $G$ هي نقطة تقاطع المستقيمين $(CI)$ و $(AJ)$.

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\left\|\vec{MA}+4\vec{MB}\right\| = 5\left\|2\vec{MB}-\vec{MC}\right\|$ .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\left\|\vec{MA}+4\vec{MB}-2\vec{MC}\right\| = 4\left\|\vec{MA}-\vec{MC}\right\|$.

**التمرين رقم (13):** $ABC$ مثلث متقايس الأضلاع. طول ضلعه $2cm$ و $H$ منتصف القطعة $[AC]$

1) أنشئ $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-4);(C,1)\}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2) عين و أنشئ مجموعات النقط $M$ من المستوي في كا حالة من الحالات التالية:

$$\| \overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_1)$$

$$\| \overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_2)$$

$$\| \overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_3)$$

**التمرين رقم (14)**:ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين $I$ و $J$ حيث $I$ مرجح $\left(A, -\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B, \frac{3}{2}\right)$ و $J$ مرجح $(A, 2)$ و $(D, -3)$

1) أنشئ النقطتين $I$ و $J$.

2) بين أن: $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط $C$ ، $I$ و $J$ في استقامية.

4) لتكن $K$ منتصف القطعة $[DJ]$ و $L$ نقطة حيث $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BL}$.

أ- بين أن $C$ منتصف $[KL]$.

ب- بين أن $(KL)$ و $(BD)$ متوازيان .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوى اللتي تحقق: $\| 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD} \| = \| \overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} \|$.2

**التمرين رقم (15)**:ليكن $ABC$ مثلثا حيث $AB = 8cm$ و $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$.

1) لتكن $I$ مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 4)\}$. أنشئ النقطة $I$.

2) لتكن $J$ مرجح الجملة $\{(B, 2); (C, -1)\}$.أنشئ النقطة $J$.

3) نرمز بـ $G$ إلى مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 4); (C, -2)\}$بين أن $G$ هي نقطة تقاطع المستقيمين $(CI)$ و $(AJ)$.

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\| 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \| = 5 \| \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} \|$ .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} \| = 4 \| \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \|$.

**التمرين رقم (16)**: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) مثل النقط $A\left(\frac{3}{2}, -3\right)$، $B(0, 4)$، $C(3, 0)$.

2) لتكن $I$ مرجح الجملة $\{(A, -1); (B, -2)\}$ و $J$ مرجح الجملة $\{(B, 2); (C, 3)\}$ و $G$ مرجح الجملة



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$عين احداثي كل من النقط $I$ ، $J$ و $G$ ثم مثلها في المعلم السابق.

3) عين ثم أنشئ المجموعة $(E)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\| = \frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين ثم أنشئ المجموعة $(F)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

**التمرين رقم (17):** $ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$ .

1) أنشئ النقطتين $I$ و $J$ حيث: $B$ مرجح الجملة $\{(A,1);(I,-2)\}$ و $J$ منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$ .

2) لتكن $M$ نقطة كيفية من المستوي، وليكن $\vec{u}$ الشعاع المعرف كما يلي : $\vec{u}=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$.

أ) بين أن الشعاع $\vec{u}$ ثابت (مستقل عن $M$).

ب) استنتج أن $\vec{u}=-2\overrightarrow{AB}$.

3) لتكن $(\gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|.$$

أ) بين أن النقطتين $I$ و $J$ تنتميان الى $(\gamma)$.

ب) عين طبيعة المجموعة $(\gamma)$ ثم أنشئها.

**التمرين رقم (18):** ليكن $(ABCD)$ متوازي أضلاع . ولتكن النقطتين $I$ و $J$ حيث:

$I$ مرجح الجملة $\left\{(A;-\frac{1}{2});(B;\frac{3}{2})\right\}$ و $J$ مرجح الجملة $\{(A;2);(D;-3)\}$

1) أنشئ النقطتين $I$ و $J$

2) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط $J;I;C$ على استقامة واحدة

4) لتكن $K$ منتصف القطعة $[DJ]$ و $L$ نقطة حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BL}$

أ) بين أن $C$ منتصف $[KL]$

ب) بين أن $(KL)$ و $(BD)$ متوازيان

**التمرين رقم (19):** $A$ و $B$ نقطتان من المستوى مرفقتان بالمعاملين $\alpha^2+1$ و $-2\alpha-4$.

1) عين $\alpha$ حتى تكون النقطة $G_\alpha$ مرجح $A$ و $B$ مرفقتين بالمعاملين $\alpha^2+1$ و $-2\alpha-4$ على الترتيب.

2) عين مجموعة النقط $G_\alpha$ عندما يتغير $\alpha$ في $R-\{-1,3\}$.



najah213.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

**التمرين رقم (20):** $ABC$ مثلث. $I$ نقطة من $(AB)$ حيث: $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

$G$ نقطة من $(IC)$ حيث $3\overrightarrow{GI} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$. المستقيم $(AG)$ يقطع المستقيم $(BC)$ في $H$.

1) ارسم شكلا.

2) بين أن $G$ مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,-2)\}$

3) لتكن النقطة $L$ مرجح الجملة $\{(B,1);(C,-2)\}$

أ- بين أن النقطة $L$ تنتمي إلى المستقيمين $(BC)$ و $(AG)$

ب- استنتج العدد الحقيقي $k$ حيث $\overrightarrow{BH} = k\overrightarrow{BC}$

**التمرين رقم (21):** $ABC$ مثلث كيفي.

1) لتكن $I$ مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-2)\}$ و $J$ مرجح الجملة $\{(B,2);(C,3)\}$ و $G$ مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$ أنشئ النقط $I$ ، $J$ و $G$.

2) عين ثم أنشئ المجموعة $(E)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right\| = \frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\|$$

عين ثم أنشئ المجموعة $(F)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

**التمرين رقم (22):** لتكن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ إحداثياتها على الترتيب $(3;3)$ ، $(-1;-1)$ ، $(-2;-3)$ و $(3;-3)$.

1) عين إحداثيتي النقطة $E$ بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع.

2) عين إحداثيتي النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1);(D,1);(E,1)\}$

3) ليكن $L$ مركز متوازي أضلاع $BCDE$. برهن أن النقط $A$ ، $G$ و $L$ في استقامية.

4) أ) بين أن: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

ب) ماذا تمثل النقطة $G$ بالنسبة للمثلث $ABD$ ؟

5) لتكن $I$ منتصف $[BC]$ و $J$ منتصف $[DE]$. برهن أن $G$ مركز ثقل المثلث $AIJ$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**التمرين رقم (23):**

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين $I$ و $J$ حيث $I$ مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ و $J$ مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$

1) أنشئ النقطتين $I$ و $J$.

2) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط $C$ ، $I$ و $J$ في استقامية.

4) لتكن $K$ منتصف القطعة $[DJ]$ و $L$ نقطة حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BL}$

أ- بين أن $C$ منتصف $[KL]$.

ب- بين أن $(KL)$ و $(BD)$ متوازيان .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوى التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\|=\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MD}\|$.

**التمرين رقم (24):** $ABC$ مثلث متقايس الأضلاع. طول ضلعه $2cm$ و $H$ منتصف القطعة $[AC]$

1) أنشئ $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-4);(C,1)\}$

2) عين و أنشئ مجموعات النقط $M$ من المستوي في كا حالة من الحالات التالية:

$$\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_1)$$

$$\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_2)$$

$$\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E_3)$$

**التمرين رقم (25):** في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,i,j)$،نعتبر النقط $A,B,C,G$ حيث:

$A(1,3)$، $B(1,0)$، $C(-2,3)$ و النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{A(2),B(-3),C(-1)\}$.

عيّن في كل حالة مما يلي النتيجة الصحيحة مع التبرير.

1.إحداثيا النقطة G هي:

❶ $G\left(\frac{-1}{2},\frac{-3}{2}\right)$ ❷ $G\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ ❸ $G\left(\frac{-1}{2},\frac{3}{2}\right)$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2. النقطة $A$ مرجح الجملة المثقلة $\{G(\alpha), B(\beta), C(\lambda)\}$ إذن :

❶ $\alpha = -2$ و $\beta = -3$ و $\lambda = -1$ ❷ $\alpha = 4$ و $\beta = -6$ و $\lambda = -2$ ❸ $\alpha = -2$ و $\beta = 3$ و $\lambda = 1$

3. مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\|$

❶ دائرة ❷ مستقيم ❸ مجموعة خالية ❹ نقطة

فرع 2)

$EFNM$ مستطيل ولتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{E(1), F(3), N(1), M(1)\}$.

✓ أنشئ المستطيل $EFNM$ و النقطة H .

**التمرين رقم (26):** المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$، $A, B, C$ ثلاث نقط من المستوي احداثياها $(-1, 3)$ ، $(2, -2)$ ، $(1, 2)$ على الترتيب.

1. بين ان النقط $A, B, C$ ليست في استقامية.

2. نعتبر النقطة $G$ مرجح النقط $A, B, C$ المرفقة بالمعاملات 1 ، 3 ، 2- على الترتيب .

- احسب احداثي النقطة $G$ ثم علم النقط $A, B, C$ ، $G$
- عين ثم انشئ المجموعة $(E)$ النقط $M$ من المستوي بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\|$
- عين ثم انشئ المجموعة $(T)$ النقط $M$ من المستوي بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = 4$

**التمرين رقم (27):** $A$ ، $B$ نقطتان متمايزتان من المستوي و $m$ عدد حقيقي.

1) ناقش وجود النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(A, m^2 + 2) ; (B, m^2 + m - 3)\}$

2) أنشئ $G$ في الحالة $m = 0$ وفي الحالة $m = 1$

**التمرين رقم (28):** ليكن $ABC$ مثلثا حيث $AB = 8cm$ و $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$.

1) أ- لتكن $I$ مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 4)\}$. أنشئ النقطة $I$.

ب- لتكن $J$ مرجح الجملة $\{(B, 2); (C, -1)\}$. أنشئ النقطة $J$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3) نرمز بـ $G$ إلى مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$

بين أن $G$ هي نقطة تقاطع المستقيمين $(CI)$ و $(AJ)$.

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\|2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=5\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\|$.

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|=4\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|$.

**التمرين رقم (29):** $ABC$ مثلث قائم و متساوي الساقين في $A$ حيث: $AB=AC=4cm$.

1) أنشئ النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1)\}$.

2) لتكن $M$ نقطة كيفية من المستوي.

أ- عبر عن الشعاع $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.

ب- بين أنه يمكن كتابة الشعاع $\vec{v}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ على الشكل $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

جـ- أنشئ النقطة $D$ المعرفة بـ: $\overrightarrow{AD}=\vec{v}$.

د- أحسب $AD$ و $AG$ بالسنتيمتر.

3) أ- استنتج من الأسئلة السابقة المجموعة $E$ ، مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث:

$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$$

ب – أنشئ المجموعة $E$ .

**التمرين رقم (30):** المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.لتكن النقطة $G$ مرجح النقط $A$ ، $B$ و $C$ المرفقة بالمعاملات $\alpha$ ، $\beta$ و $\gamma$ على الترتيب.نضع $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ و $C(x_C;y_C)$ .

1-أثبت أن إحداثيا النقطة $G$ هي $(x_G;y_G)$ حيث :

$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ و $y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$.

2-: أوجد إحداثيا النقطة G حيث $A(1,1),B(0,-3),C(2,4)$ و $\alpha=1,\beta=-2,\gamma=2$

عطلة سعيدة .....

https://www.facebook.com/groups/28704540

الأستاذ: "تونسي ن" يتمنّى لكم التوفيـــــــــق والنجـــــاح

لا تنسونا من صالح دعائكم

البريد الإلكتروني : tounsi_nawri@yahoo.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com