najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية المدية

الشعبة : ثالثة ع ت — ثانوية محمد بلعالم بني سليمان

إختبار الفصل الثاني في مادة : الرياضيات — المدة :02سا

الموضوع

التمرين الأول: (07 نقاط)

في الشكل المرفق (C_f) ، هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة و المتزايدة تماما على $[-1;3]$ بـ : $f(x)=\dfrac{-2x+3}{x-4}$ و (Δ) المستقيم معادلته $y=x$.

1) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول ، $u_0=\dfrac{5}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

ا) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 دون حسابها مبررا خطوات الرسم

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

2) ا) برهن من أجل كل عدد طبيعي n أن : $-1<u_n<3$

ب) أدرس إتجاه تغير u_n ثم إستنتج أن (u_n) متقاربة و احسب نهايتها .

3) v_n المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{u_n+1}{u_n-3}$

ا) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$.

ب) جد عبارة v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n

ج) نضع من أجل n عدد طبيعي :

$$S_1=ln(-2v_1)+ln(-(1+\tfrac{1}{2})v_2)+ln(-(1+\tfrac{1}{3})v_3)\cdots+ln(-(1+\tfrac{1}{n})v_n)$$

$$S_2=\frac{4}{u_0-3}+\frac{4}{u_1-3}+\cdots+\frac{4}{u_n-3}$$

د) بين أن $S_1=ln(n+1)+\dfrac{(ln\frac{49}{5}-nln5)n}{2}$ ثم إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{S_1}{(n+1)^2}$.

ه) أحسب بدلالة n المجموع S_2

التمرين الثاني: (05 نقاط)

غرس فلاح أربع شجرات من التفاح و ثلاث شجرات من الخوخ و ثلاث شجرات من المشمش . بعد مدة من الزمن أثمرت ثلاث شجرات من بين كل الأشجار (نقبل أن كل الأشجار لها نفس الحظ في الإثمار)

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية : A :شجرات الخوخ لم تثمر B :أثمرت شجرة على الأقل من شجرات التفاح

C : كل أنواع الأشجار أثمرت .

2) بين أن $P(A\cap B)=\dfrac{17}{60}$

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3) ماهو إحتمال أن تثمر على الأقل شجرة من شجرات التفاح علما ان شجرات الخوخ لم تثمر.

4) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إثمار لـ ثلاث شجرات عدد شجرات الخوخ غير المثمرة .

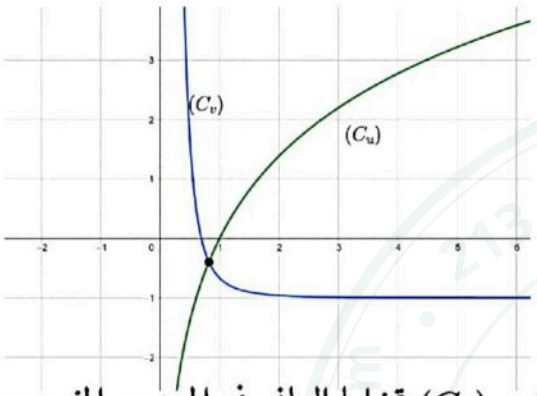
ا) برر أن قيم X هي : $\{0,1,2,3\}$

ب) عين قانون إحتمال المتغير العشوائي X ثم إستنتج $E(2024X+1445)$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

I) المستوي المنسوب إلى المعلم والمتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=1-\frac{1}{3x^3}+2lnx$.



1) (C_u) و (C_v) التمثيلان البيانيان للدالتين u و v المعرفتين على $]0;+\infty[$ بـ : $u(x)=2ln(x)$ و $v(x)=-1+\frac{1}{3x^3}$.

❶ α عدد حقيقي من المجال $]0.8;0.9[$ يمثل فاصلة نقطة تقاطع (C_u) و (C_v)

❶ بقراءة بيانية أدرس الوضع النسبي بين (C_u) و (C_v) ثم إستنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-\frac{x}{3}+\frac{lnx}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}||=||\vec{j}||=2cm$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{-1}{3}x$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم إستنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

2) ا) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(\frac{1}{x})}{x^3}$

ب) إستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ ومتزايدة تماما على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{\alpha}\right]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين انه يوجد مماس وحيد (T) يوازي Δ ثم أكتب معادلة له

4) أنشىء كل من Δ ، (T) ثم (C_f) (نختار $\frac{1}{\alpha}=1.2$ و $f(\frac{1}{\alpha})=-0.27$)

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عددحلول المعادلة $mx^2-lnx=0$

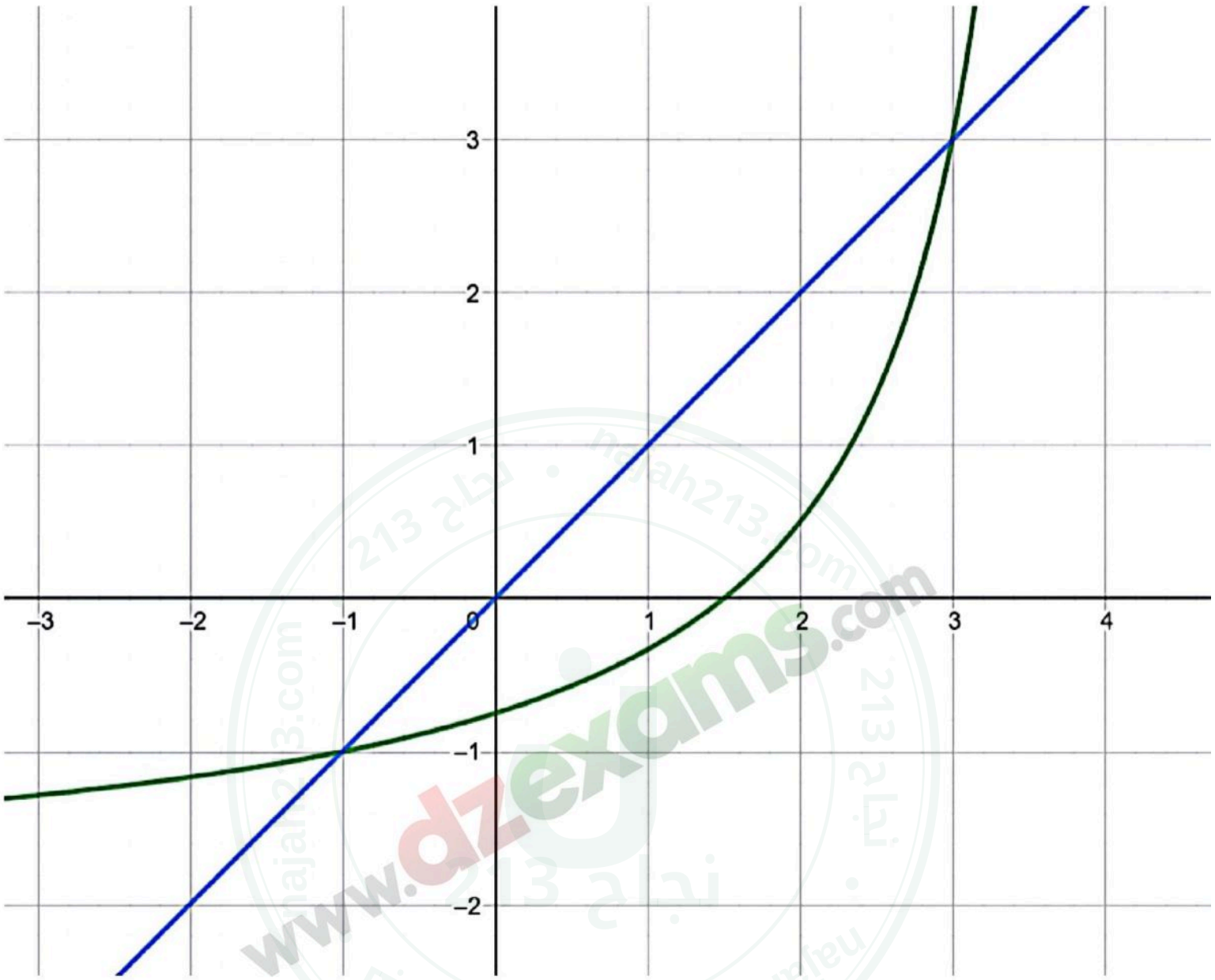
6) λ عددحقيقي أكبر تماما من 1

ا) بإستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $\int_1^{\lambda}\frac{lnx}{x^2}dx=-\frac{ln\lambda}{\lambda}-\frac{1}{\lambda}+1$.

ب) نعتبر $A(\lambda)$ المساحة بـ cm^2 للحيز المستو المحدد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما : $x=1$ ، $x=\lambda$. أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

www.dzexams.com
Scanné avec CamScanner
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

اختبار الثلاثي : .....

القسم : .....

التاريخ : .....

الرقم : .....

الرقم: .....

ورقة الإجابة

التصحيح النموذجي - الاختبار الثاني في مادة .....

ت الجزئية	

التمرين الأول :

(P) تمثيل الحدود u_0, u_1, u_2.

(ب) باتجاه تغير المتتالية (u_n) ومقاربها:
يبدو المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومتقاربة نحو عدد حاصلة تقاطع (Δ) و (Δ').

(P2) البرهان بالتراجع أن $-1 < u_n < 3$:
التحقق من أجل $n=0$:
لدينا $-1 < u_0 = \frac{1}{2} < 3$ (محققة)
نفرض من أجل n كيفي أن $-1 < u_n < 3$ ، ونبين أن $-1 < u_{n+1} < 3$

لدينا: $-1 < u_n < 3$
بما أن f متزايدة تماما على $]-1;3[$
فإن $f(-1) < f(u_n) < f(3)$
أي $-1 < u_{n+1} < 3$ (و ه.م)
إذن من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $-1 < u_n < 3$

(ب) باتجاه تغير (u_n):
$u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n-3)(u_n+1)}{(u_n-4)} > 0$
من أجل $-1 < u_n < 3$

الاستنتاج:
(u_n) متناقصة وتكتب بدلالة n فقط في متقاربة نحو l.
$f(l) = l$ حيث l حل للمعادلة
$\frac{-2l+3}{l-4} = l$
$l = 3$ مرفوض أو $l = -1$ مقبول
المعادلة تقبل حلان
إذن $\lim u_n = -1$

(P3) $v_n = \frac{u_n+1}{u_n-3}$

$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}+1}{u_{n+1}-3} = \frac{\frac{-2u_n+3}{u_n-4}+1}{\frac{-2u_n+3}{u_n-4}-3}$

$= \frac{-2u_n+3+u_n-4}{-2u_n+3-3u_n+12} = \frac{-u_n-1}{-5u_n+15}$

$= \frac{-1(u_n+1)}{-5(u_n-3)} = \frac{1}{5} v_n$

$q = \frac{1}{5}$ متتالية هندسية أساسها
وحدها الأول (v_n)
$v_0 = \frac{\frac{5}{2}+1}{\frac{5}{2}-3}$
$v_0 = -7$

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب) بما أن $v_n = u_n \times v_n$ بدلالة n:

$v_n = v_0 \times q^n = \left(-7\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$ (0,5)

$v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n - 3}$ ولدينا

إذن $v_n(u_n - 3) = u_n + 1$ أي $v_n u_n - 3v_n - u_n = 1$

$u_n(v_n - 1) = 1 + 3v_n$

$u_n = \frac{3v_n + 1}{v_n - 1}$ ومنه

$U_n = \frac{-21\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1}{-7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$ (0,5)

ج) حساب S_1 و S_2:

$S_1 = \ln u_1 + \ln u_2 + \ln u_3 + \dots + \ln u_n$

$= \ln 2 + \ln \frac{3}{2} + \ln \frac{4}{3} + \dots + \ln \frac{n+1}{n}$

$+ \ln(-v_1) + \ln(-v_2) + \dots + \ln(-v_n)$.

$\ln(-v_n) = \ln\left|7\left(\frac{1}{2}\right)^n\right| = \ln 7 + n \ln \frac{1}{2}$ لدينا

$= \ln 7 - n \ln 2$ متتالية ج.

ومنه

$S_1 = \ln\left(\frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{n+1}{n}\right)$

$+ \frac{(\ln 7 + \ln 7 - n \ln 2)n}{2}$ (0,5)

$= \ln(n+1) + \frac{(\ln 49 - n \ln 2)n}{2}$

$S_2 = \frac{4}{u_0 - 3} + \frac{4}{u_1 - 3} + \dots + \frac{4}{u_n - 3}$

$\frac{4}{u_n - 3} = \frac{u_{n+1} + 4 - 4}{u_n - 3} = \frac{u_{n+1} + 4}{u_n - 3}$

$= 1 + \frac{4}{u_n - 3}$

$\frac{4}{u_n - 3} = (v_n - 1)$ ومنه

$S_2 = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + \dots + (v_n - 1)$

$S_2 = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} - 1(n+1)$.

$S_2 = -7 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} - (n+1)$.

$S_2 = \frac{35}{4}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - (n+1)$ (0,5)

$\lim \frac{S_1}{(n+1)^2} = \frac{-\ln 2}{2}$ (0,5)

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني:

1) حساب الاحتمالات:

$p(A) = \frac{card A}{card \Omega} = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}$ (0,5)

$p(B) = \frac{card B}{card \Omega} = \frac{C_4^3 + C_4^1 C_6^1 + C_4^2 C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}$ (0,5)

$p(C) = \frac{C_4^1 C_3^1 C_3^1}{C_{10}^3} = \frac{3}{10}$ (0,5)

2) اثبات أن $p(A \cap B) = \frac{17}{60}$

$p(A \cap B) = \frac{C_4^3 + C_4^2 C_3^1 + C_4^1 C_3^2}{C_{10}^3} = \frac{17}{60}$ (0,5)

3) $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{34}{35}$ (0,5)

4) قيم يأخذ المتغير العشوائي X: $\{0, 1, 2, 3\}$ (0,5)

ب) قانون احتمال X:

$p(X=0) = \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}$

$p(X=1) = \frac{C_3^2 C_7^1}{C_{10}^3} = \frac{7}{40}$

$p(X=2) = \frac{C_3^1 C_7^2}{C_{10}^3} = \frac{21}{40}$

$p(X=3) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}$ (1)

$E(2024X + 1445) = 2024\, E(X) + 1445$

$= 2024 \left(\sum p_i x_i\right) + 1445$ (0,5)

$E(X) = 0\left(\frac{1}{120}\right) + 1\left(\frac{7}{40}\right) + 2\left(\frac{21}{40}\right) + 3\left(\frac{7}{24}\right)$

$= \frac{21}{10}$

$E(2024X + 1445) = 2024 \times \frac{21}{10} + 1445 = 5694,4$ (0,5)

ومنه الربح 03 دينار

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث

I) ① الوضع النسبي لـ (C_u) و (C_v):

x	0	e	$+\infty$
الوضع	C_u تحت C_v	النقطة $A(e;\frac{1}{e})$	C_u فوق C_v
$g(x)$	$-$	0	$+$

0,25 0,25 0,25

$g(x)$ إشارة

$f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{\ln x}{x^2}$ (P ① II

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ 0,25

$\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$ 0,25

$x=0$ م.م.م لـ (C_f) يوازي محور التراتيب 0,25

② $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(-\frac{x}{3})] = \lim \frac{\ln x}{x^2} = 0$

(C_f) يقبل (Δ): $y=-\frac{x}{3}$ مقارب مائل ومنه 0,25

• الوضع النسبي:

$f(x)-(-\frac{x}{3}) = \frac{\ln x}{x^2}$

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$	$-$	0	$+$
	(C_f) تحت Δ	يقطع Δ في $(1;-\frac{1}{3})$	(C_f) فوق Δ

0,25

ب) $]0;+\infty[$ على f' تقبل الإشتقاق f

$f'(x) = -\frac{1}{3} + \frac{x+2\ln x}{x^4}$

$= \frac{-\frac{1}{3}x^4 + x + 2\ln x}{x^4} = \frac{-\frac{1}{3}x^3 + 1 + 2\ln x}{x^3}$

$= \frac{g(\frac{1}{x})}{x^3}$ 0,25

① اتجاه تغير الدالة f:

إشارة $g(\frac{1}{x})$ من إشارة $f(x)$.

لأن $x^3>0$ على المجال $]0;+\infty[$

و x موجب تماما.

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\frac{1}{e})$	$-\infty$

0,25 0,25

② إثبات أن (C_f) يقبل مماسا (T) // (Δ) 3

$f'(x) = -\frac{1}{3}$ أي $1-2\ln x = 0$

$\ln x = \frac{1}{2}$ أي $x_0 = \sqrt{e}$ 0,25

$(T): y = f'(\sqrt{e})(x-\sqrt{e}) + f(\sqrt{e})$

$y = -\frac{1}{3}(x-\sqrt{e}) - \frac{\sqrt{e}}{3} + \frac{1}{2e}$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2e}$ 0,25

③ رسم (Δ)، (T)، (C_f): 4

Scanné avec CamScanner

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$= \left[-\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x}\right]_1^{\lambda} = -\frac{\ln\lambda}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} + 1$$

(0,1)

ب) حساب $A(\lambda)$ ثم $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$:

$$A(\lambda) = \int_1^{\lambda} f(x)\,dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

$$A(\lambda) = \left[\int_1^{\lambda} \frac{\ln x}{x^2}\,dx\right] \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

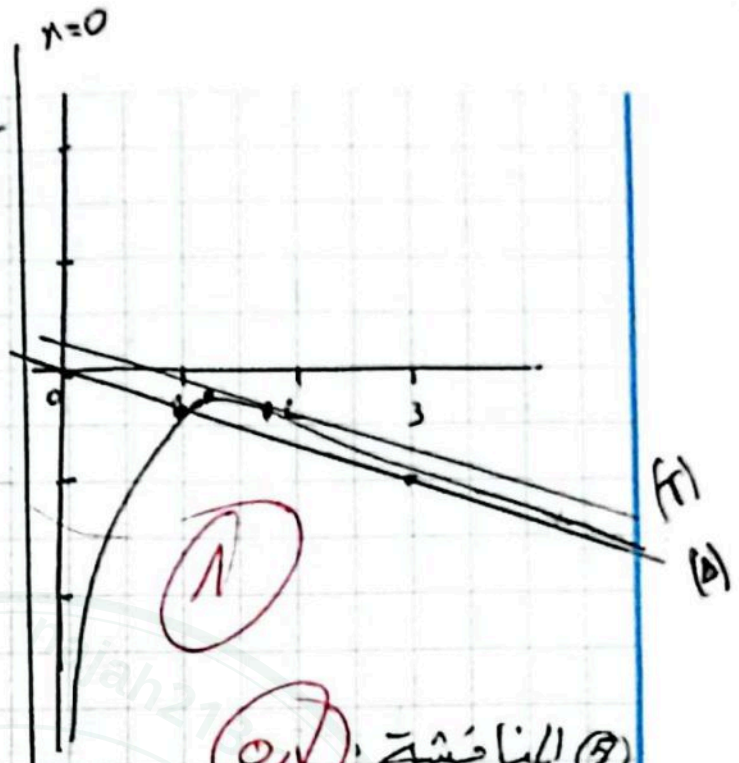
$$= \left[-\frac{\ln\lambda}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} + 1\right] \times (2 \times 2)$$

$$= \left(4\left(-\frac{\ln\lambda}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} + 1\right)\right) cm^2$$

$$\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) = \lim_{\lambda \to +\infty} 4\left(-\frac{\ln\lambda}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} + 1\right)$$

$$= 4\ cm^2$$

(0,1)



(0,1) ج) المناقشة البياني: $f(x) = -\frac{x}{3} + m$.

عدد حلول المعادلة	m
حل وحيد	$m \in]-\infty\ 0]$
حلان	$m \in]0;\ \frac{1}{2e}[$
حل وحيد	$m = \frac{1}{2e}$
لا حل	$m > \frac{1}{2e}$

(0,75) الحساب بالتجزئة:

$$\int_1^{\lambda} \frac{\ln x}{x^2}\,dx = \left[-\frac{\ln x}{x}\right]_1^{\lambda} - \int_1^{\lambda} -\frac{1}{x^2}\,dx$$

$$= \left[-\frac{\ln x}{x}\right]_1^{\lambda} + \left[-\frac{1}{x}\right]_1^{\lambda}$$

ملاحظات الأستاذ (ة) .....

إمضـــاء الولـــي

Scanné avec CamScanner
www.dzexams.com