najah213.com · نجاح 213

III) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad , n \in \mathbb{N}$$

1) بإستعمال (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 دون الحساب.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leqslant u_n \leqslant \alpha$.

3) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$, إستنتج تقارب المتتالية (u_n).

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I) h دالة معرفة على $]-\infty;2[$ بـ : $h(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2-x}$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \to 2} h(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

3) حل في $]-\infty;2[$ المعادلة $h(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) عين من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2[$ إشارة $h(x)$.

II) f دالة معرفة على المجال $]-\infty;2[$ بـ : $f(x) = x^2 + 6x - 2 + 8ln(2-x)$, (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه من أجل كل x من $]-\infty;2[$ أن : $f'(x) = 2h(x)$, ثم إستنتج إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) تحقق أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

4) أكتب معادلة المماس (T) عند نقطة من (C_f) فاصلتها 0.

5) أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في المجال $]1.7;1.8[$.

6) أرسم (C_f) و (T).

7) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-2;2[$ بـ : $g(x) = x^2 + 6|x| - 2 + 8ln(2-|x|)$.

أ) برهن أن $g(x)$ زوجية, ماذا تستنتج بيانيا .

ب) أكتب g دون رمز القيمة المطلقة.

ج) إنطلاقا من التمثيل البياني لـ (C_f) إشرح كيفية إنشاء (C_g), ثم أرسم (C_g).

إذا أردت أن تنجح بحق، ستجد طريقا ما، وإذا كنت لا تريد فستجد عذرا .

أستاذ المادة : مريان محمد

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

إذن نحل هذه المعادلة ,نربع الطرفين فتصبح : $\ell^2 = (e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\ell})^2$ و منه : $\ell^2 = e^{-1}\ell$
إذن : $\ell^2 - e^{-1}\ell = 0$ إذن : $\ell(\ell - e^{-1}) = 0$ يعني : $\ell = 0$ (مرفوض) أو $\ell - e^{-1} = 0$ و منه : $\ell = e^{-1}$.

3 لدينا من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$.

أ البرهان أن (v_n) متتالية هندسية :

$$v_{n+1} = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_{n+1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln u_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln(e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n})$$
$$v_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\ln e^{-\frac{1}{2}} + \ln\sqrt{u_n}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(-\frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}) = \frac{1}{2}(1 + (-\frac{1}{2}) + \ln\sqrt{u_n})$$
$$v_{n+1} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}) = \frac{1}{2}.v_n$$

إذن : (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ و حدها الأول :
$$v_1 = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_1} = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{e^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln e^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}.$$

ب عبارة v_n بدلالة n : $v_n = v_1.q^{n-1} = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

إستنتاج u_n بدلالة n :

لدينا : $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$ و منه : $v_n - \frac{1}{2} = \ln\sqrt{u_n}$ و منه : $v_n - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\ln u_n$ و منه : $2v_n - 1 = \ln u_n$ و منه: $e^{2v_n-1} = u_n$, إذن : $u_n = e^{2\frac{3}{2}(\frac{1}{2})^{n-1}-1}$ و بالتالي : $u_n = e^{3(\frac{1}{2})^{n-1}-1}$.

حساب نهاية u_n :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} e^{3(\frac{1}{2})^{n-1}-1} = e^{-1}$$ لأن : $\lim_{n\to+\infty}(\frac{1}{2})^{n-1} = 0$, $-1 < \frac{1}{2} < 1$.

4 حساب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \cdots + \frac{1}{1+\ln u_n}$

$$\frac{1}{1+\ln u_n} = \frac{1}{1+\ln(e^{3(\frac{1}{2})^{n-1}-1})} = \frac{1}{1+3(\frac{1}{2})^{n-1}-1} = \frac{1}{3(\frac{1}{2})^{n-1}}$$
$$S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \cdots + \frac{1}{1+\ln u_n} = \frac{1}{3(\frac{1}{2})^0} + \frac{1}{3(\frac{1}{2})^1} + \cdots + \frac{1}{3(\frac{1}{2})^{n-1}}$$
$$S_n = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{\frac{1^0}{2^0}} + \frac{1}{\frac{1^1}{2^1}} + \cdots + \frac{1}{\frac{1^{n-1}}{2^{n-1}}}\right] = \frac{1}{3}\left[\frac{2^0}{1^0} + \frac{2^1}{1^1} + \cdots + \frac{2^{n-1}}{1^{n-1}}\right]$$
$$S_n = \frac{1}{3}[2^0 + 2^1 + \cdots + 2^{n-1}] = \frac{1}{3}\left[1\left(\frac{2^n-1}{2-1}\right)\right] = \frac{1}{3}(2^n - 1)$$

التمرين الثاني: (08 نقاط)

I) $x \in \mathbb{R} \;/\; g(x) = 1 + (1-x)e^x$

1 أ نهاية g عند $+\infty$ و $-\infty$

$g(x) = 1 + e^x - x.e^x$ و منه : $\lim_{x\to-\infty} 1 + e^x - x.e^x = 1$ لأن : $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ و $\lim_{x\to-\infty} x.e^x = 0$.

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ لأن : $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}(1-x) = -\infty$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب إتجاه تغير الدالة g:

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا : $g'(x) = -e^x + (1-x).e^x = e^x.(-1+1-x) = -x.e^x$

و بذلك إشارة $g'(x)$ من إشارة $-x$ على $\mathbb{R}$ لأن : $e^x > 0$

و بالتالي g متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و g متناقصة تماما على $[0;+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

$g(0) = 1 + e^0 = 2$.

2 التحقق أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من $\mathbb{R}$

في المجال $]-\infty;0]$ لدينا : $1 < g(x) \leqslant 2$ و متزايدة تماما و منه $g(x) = 0$ لا تقبل حلا في المجال $]-\infty;0]$

لكن في المجال $[0;+\infty[$ فإن : $g(x) \leqslant 2$ و g متناقصة تماما على المجال إذا $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;+\infty[$.

و بذلك المعادلة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $[0;+\infty[$.

3 التحقق أن : $1.27 < \alpha < 1.28$ بما أن : $g(1.27) \simeq 0.039$ و $g(1.28) \simeq -0.007$.

فإن : $g(1.28) \times g(1.27) < 0$ إذن : المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث : $1.27 < \alpha < 1.28$.

إستنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

من جدول تغيرات الدالة g و $g(\alpha) = 0$ نستنتج جدول إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

التحقق أن : $e^{-\alpha} = \alpha - 1$:

لدينا : $g(\alpha) = 0$ و منه : $1 + (1-\alpha).e^{\alpha} = 0$ و منه : $e^{-\alpha} \times 1 + (1-\alpha).e^{\alpha} = 0$

و منه : $e^{-\alpha} + (1-\alpha)e^0 = 0$ و منه : $e^{-\alpha} + (1-\alpha) = 0$ و بالتالي : $e^{-\alpha} = \alpha - 1$.

II $f(x) = 1 + \dfrac{x}{e^x+1}$ / $x \in \mathbb{R}$.

1 التحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x+1)^2}$:

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = \dfrac{(e^x+1) - e^x.x}{(e^x+1)^2} = \dfrac{1+(1-x).e^x}{(e^x+1)^2} = \dfrac{g(x)}{(e^x+1)^2}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2 إتجاه تغير الدالة f :

بما أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x+1)^2}$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ و بالتالي : الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;\alpha]$ و متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$.

3 نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1 + \dfrac{x}{e^x+1} = -\infty$ لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x + 1 = 1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 1 + \dfrac{x}{e^x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} 1 + \dfrac{x}{e^x} \times \dfrac{1}{1+e^{-x}} = 1$ لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{e^x} = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+e^{-x}} = 1$.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	1

4 التحقق أن $f(\alpha) = \alpha$ و $f(-\alpha) = 0$:

لدينا : $f(\alpha) = 1 + \dfrac{\alpha}{e^\alpha+1}$ و من جهة أخرى لدينا : $e^{-\alpha} = \alpha - 1$ فإن : $e^\alpha = \dfrac{1}{\alpha-1}$ و بذلك :

$f(\alpha) = 1 + \dfrac{\alpha}{\frac{1}{\alpha-1}+1} = 1 + \dfrac{\alpha(\alpha-1)}{1+\alpha-1} = 1 + \dfrac{\alpha(\alpha-1)}{\alpha} = 1 + \alpha - 1 = \alpha$ إذن : $f(\alpha) = \alpha$.

لدينا : $f(-\alpha) = 1 + \dfrac{-\alpha}{e^{-\alpha}+1}$ و منه : $f(-\alpha) = 1 + \dfrac{-\alpha}{\alpha-1+1} = 1 + \dfrac{-\alpha}{\alpha} = 1 - 1 = 0$.

إذن : $f(-\alpha) = 0$.

5أ إثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (x+1) = \lim\limits_{x\to-\infty} 1 + \dfrac{x}{e^x+1} - x - 1 = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{e^x+1} - x$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x - x.e^x - x}{e^x+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x.e^x}{e^x+1} = 0$ لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty} -x.e^x = 0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x + 1 = 1$.

و بذلك المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = x+1$ بجوار $-\infty$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (x+1) = 0$

ب الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) :

ندرس إشارة الفرق $(f(x) - y_\Delta)$ على $\mathbb{R}$.

$f(x) - y_\Delta = 1 + \dfrac{x}{e^x+1} - x - 1 = \dfrac{x}{e^x+1} - x = \dfrac{x - x.e^x - x}{e^x+1} = \dfrac{-x.e^x}{e^x+1} = -x \times \dfrac{e^x}{e^x+1}$

إشارة الفرق من إشارة $-x$ على $\mathbb{R}$ لأن : $\dfrac{e^x}{e^x+1} > 0$.

و بذلك : (C_f) يقع فوق (Δ) في المجال $]-\infty;0[$

و (C_f) يقع أسفل (Δ) في المجال $]0;+\infty[$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(0;1)$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(0;1)$		(C_f) تحت (Δ)

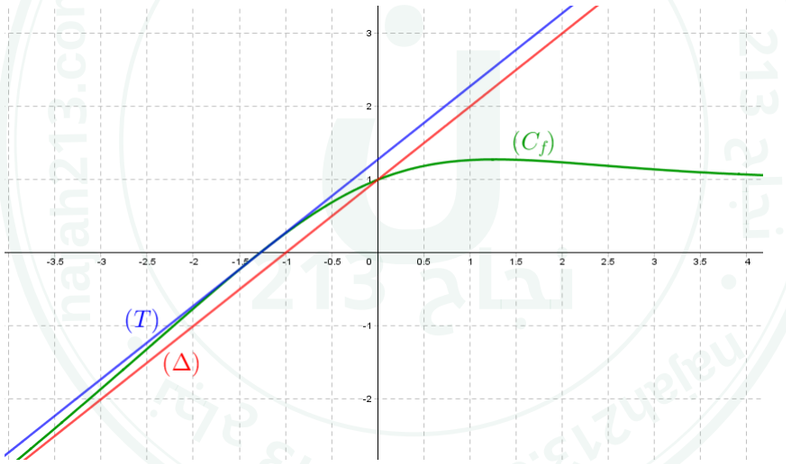
6 كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -\alpha$:

$(T): y = f'(-\alpha)(x+\alpha) + f(-\alpha)$.

$$f(-\alpha) = \frac{g(-\alpha)}{(e^{-\alpha+1})^2} = \frac{1+(1+\alpha)e^{-\alpha}}{(\alpha-1+1)^2} = \frac{1+(1+\alpha)(\alpha-1)}{\alpha^2} = \frac{1+\alpha^2-1}{\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} = 1$$

و لدينا : $f(-\alpha) = 0$ و بالتالي : $(T): y = x+\alpha$.

7 رسم (Δ) , (T) و (C_f) :



8 المناقشة البيانية : $(I) \mapsto f(x) = x + f(m)$

و منه (I) تكافئ : $y = f(x)$ و $y = x + f(m)$ (مناقشة مائلة).

و منه حلول المعادلة (I) هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta_m): y = x + f(m)$ ميله ثابت

1 نلاحظ أن : $m = -\alpha$ فإن : $(\Delta_m) = (T)$ و $m = 0$ فإن : $(\Delta_m) = (\Delta)$.

من البيان نستنتج أن :

✍ $m \in]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حل موجب.

✍ $m = 0$ المعادلة تقبل حل معدوم.

✍ $m \in]0;\alpha[$ المعادلة تقبل حلين سالبين.

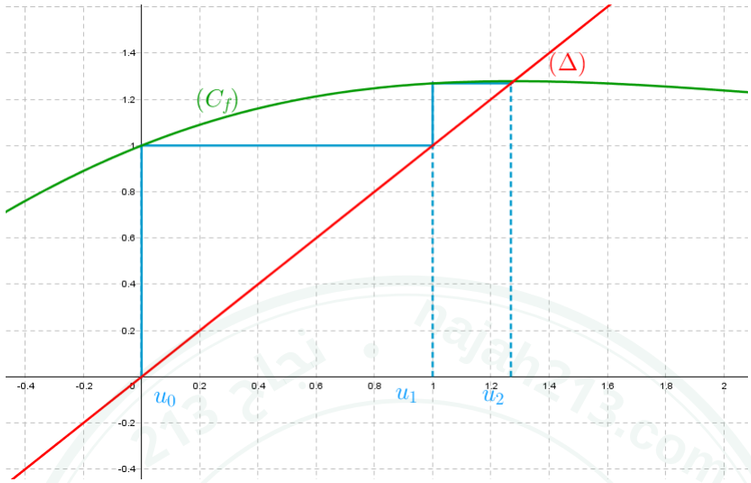
✍ $m = \alpha$ المعادلة تقبل حل مضاعف سالب $-\alpha$.

✍ $m \in]\alpha;+\infty[$ المعادلة تقبل حلين سالبين.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

(III) $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ $, n \in \mathbb{N}$

1 تمثيل الحدود على محور الفواصل :



2 إثبات بالتراجع من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leqslant u_n \leqslant \alpha$:

1) مرحلة التحقق : من أجل $n = 0$ $\begin{cases} u_0 = 0 \\ 0 \leqslant 0 \leqslant \alpha \end{cases}$ و منه $0 \leqslant u_0 \leqslant \alpha$ محققة .

2) مرحلة الفرضية و البرهان : نفرض أن $0 \leqslant u_n \leqslant \alpha$ و نبرهن أن $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha$

لدينا : $0 \leqslant u_n \leqslant \alpha$ و f متزايدة على $[0;\alpha]$ و منه : $f(0) \leqslant f(u_n) \leqslant f(\alpha)$ و منه $0 \leqslant 1 \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha$ و بذلك $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha$ محققة.

و منه حسب مبدأ الإستدلال بالتراجع : $0 \leqslant u_n \leqslant \alpha$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n .

3 إثبات أن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$:

ندرس إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$ على $\mathbb{N}$ لدينا : $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = 1 + \dfrac{u_n}{e^{u_n}+1} - u_n$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{e^{u_n} + 1 + u_n - u_n.e^{u_n} - u_n}{e^{u_n}+1} = \frac{1 + (1-u_n)e^{u_n}}{e^{u_n}+1} = \frac{g(u_n)}{e^{u_n}+1}$$

بما أن : $0 \leqslant u_n \alpha$ فإن : $0 \leqslant g(u_n) \leqslant 2$ و منه : $g(u_n) \geqslant 0$ و من جهة اخرى $e^{u_n} + 1 > 0$ و بذلك :

$\dfrac{g(u_n)}{e^{u_n}+1} \geqslant 0$ و منه : $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$ و بالتالي : (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

4 إستنتاج تقارب المتتالية (u_n) : بما أن (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة .

التمرين الثالث: (07 نقاط)

(I) $h(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2-x}$ $/ \quad x \in]-\infty;2[$

1 حساب النهايات :

$$\lim_{x \to -\infty} h(x) = \lim_{x \to -\infty} 1 - \frac{x^2}{2-x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-x^2}{-x} = \lim_{x \to -\infty} x = -\infty$$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$\lim\limits_{x \to 2} h(x) = \lim\limits_{x \to 2} 1 - \dfrac{x^2}{2-x} = -\infty$ لأن : $\lim\limits_{x \to 2} 2 - x = 0^+$ و $\lim\limits_{x \to 2} -x^2 = -4$.

2 إتجاه تغير الدالة h :

$$h'(x) = \frac{-2x(2-x) - (-1)(-x^2)}{(2-x)^2} = \frac{-4x + 2x^2 - x^2}{(2-x)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(2-x)^2} = \frac{-x(-x+4)}{(2-x)^2}$$

و منه إشارة $h'(x)$ من إشارة $(-x)$ لأن : $\dfrac{-x+4}{(2-x)^2} > 0$ على $]-\infty;2[$.

x	$-\infty$		0		2
$-x$		$+$	0	$-$	

و منه h متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و متناقصة تماما على $[0;2[$.

جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$		0		2
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$

$h(1) = 1 - \dfrac{(1)^2}{2-1} = 1 - 1 = 0$.

3 حل المعادلة $h(x) = 0$:

$h(x) = 0$ و منه : $1 - \dfrac{x^2}{2-x} = 0$ و منه : $\dfrac{x^2}{2-x} = 1$ و منه : $x^2 = 2 - x$ و منه : $x^2 + x - 2 = 0$ و

منه : $(x-1)(x+2) = 0$ أي : $x - 1 = 0$ أي : $x = 1$ أو $x + 2 = 0$ أي : $x = -2$

و منه (C_h) يقطع محور الفواصل في نقطتين $(1;0)$ و $(-2;0)$.

4 إشارة $h(x)$ على المجال $]-\infty;2[$:

من جدول تغيرات الدالة h : $h(1) = h(-2) = 0$

x	$-\infty$		-2		1		2
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(II) $f(x) = x^2 + 6x - 2 + 8ln(2-x)$ / $x \in]-\infty;2[$.

1 حساب النهايات :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2+6x-2=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} 8\ln(2-x)=+\infty$ و منه : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to 2^<} x^2+6x-2=4$ و $\lim\limits_{x\to 2^<} 8\ln(2-x)=-\infty$ و منه : $\lim\limits_{x\to 2^<} f(x)=-\infty$

و منه نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $x=2$ مقارب عمودي لـ (C_f).

2 **إثبات أن : $f'(x)=2h(x)$:**

من أجل كل $x\in]-\infty;2[$ فإن :

$$f'(x)=2x+6+\frac{8(-1)}{2-x}=2\left[x+3-\frac{4}{2-x}\right]=2\left[1+\frac{(2+x)(2-x)-4}{2-x}\right]$$

$$f'(x)=2\left(1+\frac{4-x^2-4}{2-x}\right)=2\left(1-\frac{x^2}{2-x}\right)=2h(x)$$

و منه نستنتج أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $h(x)$ على المجال $]-\infty;2[$.

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$		-2		1		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(2-)\simeq 1.1$	↗	5	↘	$-\infty$

$f(-2)=-10+8\ln 4\simeq 1.1$ و $f(1)=1+6-2+8\ln 1=5$.

3 **إيجاد إحداثيات نقطة إنعطاف :**

ندرس إشارة $f''(x)$:

من أجل كل $x\in]-\infty;2[$ فإن : $f''(x)=[2h(x)]'=2h'(x)$

$f''(x)=0$ معناه : $h'(x)=0$

x	$-\infty$		0		2
$f''(x)=2h'(x)$		$+$	0	$-$	‖

بما أن $f''(x)$ إنعدمت عند 0 و غيرت من إشارتها فإن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف $(0;f(0))$ حيث :
$f(0)=-2+8\ln 2$ مع $f(0)\simeq 3.55$.

4 **معادلة المماس (T) لـ (C_f) :**

لدينا : $f(0)=-2+8\ln 2$ و $f'(0)=2h(0)=2(1)=2$.

$(T):y=f'(0)(x-0)+f(0)$ و منه : $(T):y=2x-2+8\ln 2$

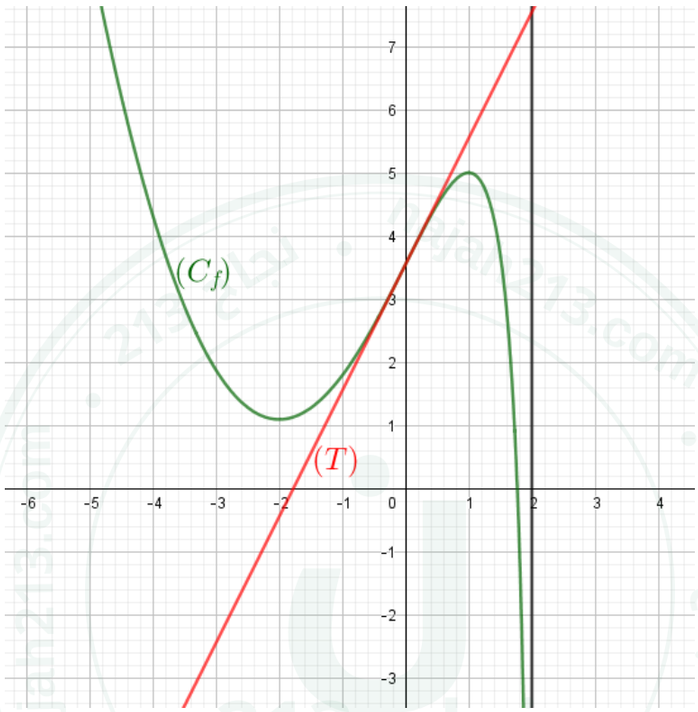
5 **إثبات أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في المجال $]1.7;1.8[$:**

من جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن : $f(x)>0$ في المجال $]-\infty;1[$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أما في المجال $]1;2[$ f مستمرة و متناقصة تماما و هي كذلك في المجال $[1.7;1.8]$
و $f(1.7) = 1.45$ و $f(1.8) = -0.83$
و منه : $f(1.8) \times f(1.7) < 0$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة $(\alpha;0)$ حيث : $1.7 < \alpha < 1.8$.

6 رسم المماس (T) و المنحنى (C_f):



7 $g(x) = x^2 + 6|x| - 2 + 8ln(2 - |x|)$ / $x \in]-2;2[$.

أ تبيان أن الدالة g زوجية :

لدينا : $D_g =]-2;2[$ متناظر بالنسبة للصفر .
$g(-x) = (-x)^2 + 6|-x| - 2 + 8ln(2 - |-x|) = x^2 + 6|x| - 2 + 8ln(2 - |x|) = g(x)$.
و منه : الدالة g زوجية على المجال $]-2;2[$ و منه نستنتج أن (C_g) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب .

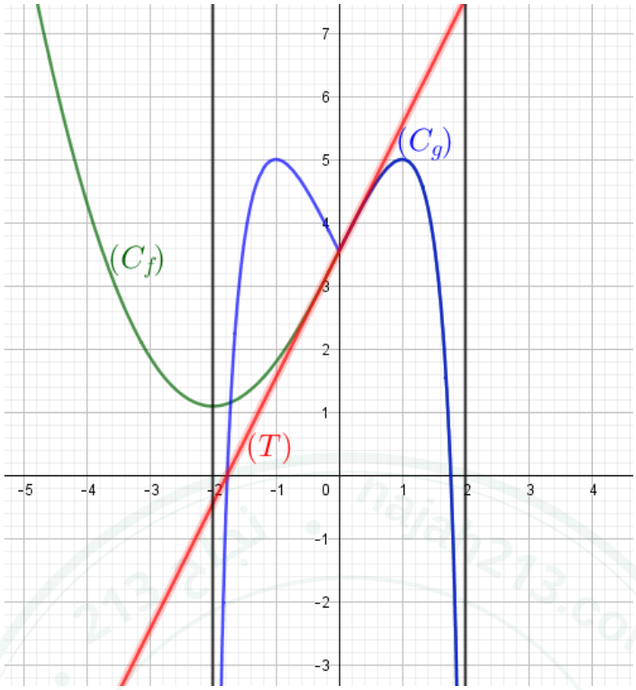
ب كتابة g دون رمز القيمة المطلقة :

نعلم أن : $\begin{cases} |x| = -x & /x \leqslant 0 \\ |x| = x & /x \geqslant 0 \end{cases}$ و منه : $\begin{cases} g(x) = x^2 - 6x - 2 + 8\ln(2+x) & /x \in]-2;0] \\ g(x) = x^2 + 6x - 2 + 8\ln(2-x) & /x \in [0;2[\end{cases}$

ج إنشاء (C_g) :

لدينا : $g(x) = f(x)$ في المجال $]0;2[$ فإن (C_g) ينطبق على (C_f) في هذا المجال
$g(-x) = g(x) = f(x)$ في المجال $]-2;0[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



✍ بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2021 و لا تنسونا من خالص دعائكم

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com