najah213.com • 213 نجاح • najah213.com • 213 نجاح
213 نجاح · najah213.com

ملخص دروس الرياضيات

4 متوسط

إعداد الأستاذ:

بـنـونـاس سـفـيـان

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

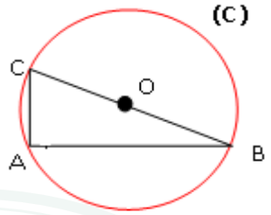
طرق إثبات أنّ المثلث قائم

الدائرة المحيطة بمثلث قائم:

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرا للدائرة المحيطة به و جميع نقاطه تنتمي إلى محيط الدائرة فإن المثلث قائم.

مثال:

- بيّن أن ABC مثلث قائم في A.



الحل:

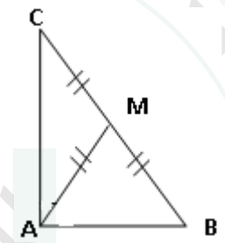
بما أن $[CB]$ قطر للدائرة و النقط A ، B ، C تنتمي إلى محيط الدائرة (C) ، فإن ABC مثلث قائم في A.

المتوسط المتعلق بوتر في مثلث قائم:

إذا كان في مثلث طول المتوسط يساوي نصف طول الضلع المتعلق به فإن هذا المثلث قائم و نعتبر الضلع وترًا.

مثال:

- $AM=2cm$ و $BC=4cm$.
- بيّن أن ABC مثلث قائم في A.



الحل:

AM متوسط متعلق بالضلع $[BC]$.

$AM = \frac{BC}{2}$ و

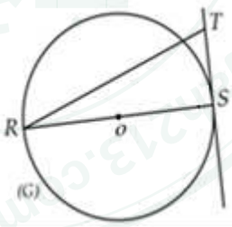
وعليه: ABC مثلث قائم في A.

المماس في الدائرة:

إذا تقاطع مماس الدائرة مع قطرها في نقطة ما، فإنهما يشكلان زاوية قائمة.

مثال:

- بيّن أن RST مثلث قائم في S.



الحل:

المماس (ST) يتقاطع مع القطر $[SR]$ في النقطة S.

و منه: $(ST) \perp (SR)$

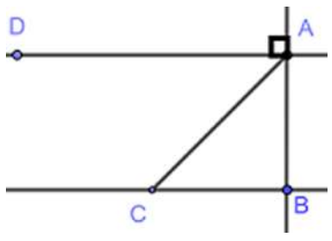
نستنتج أن RST مثلث قائم في S.

مستقيم عمودي على مستقيمين متوازيين:

إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه حتما سوف يعامد المستقيم الأخر.

مثال: لديك: (AD) // (BC)

- بيّن أن ABC مثلث قائم في B.



الحل:

$$(AB) \perp (BC) \begin{cases} (AD) // (BC) \\ (AD) \perp (AB) \end{cases}$$

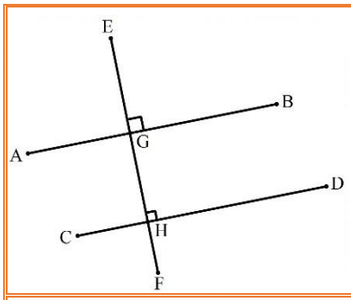
نستنتج أنّ ABC مثلث قائم في B.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

طرق إثبات التوازي

طريقة 1:

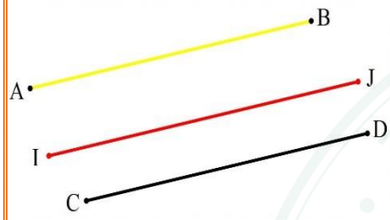
المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان .



$$(AB)//(CD)\begin{cases}(EF)\perp(AB)\\(EF)\perp(CD)\end{cases}$$

طريقة 2:

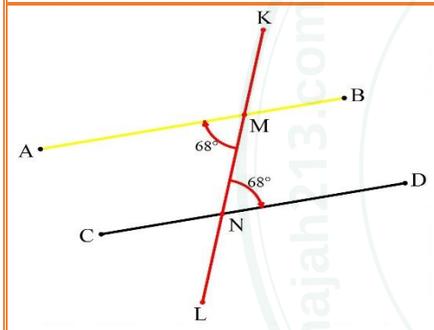
إذا كان مستقيمان متوازيان، فإنّ كل مستقيم يوازي أحدهما فهو يوازي الآخر.



$$(AB)//(CD)\begin{cases}(IJ)//(AB)\\(IJ)//(CD)\end{cases}$$

طريقة 3:

حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متبادلتين داخليا متقايستين.

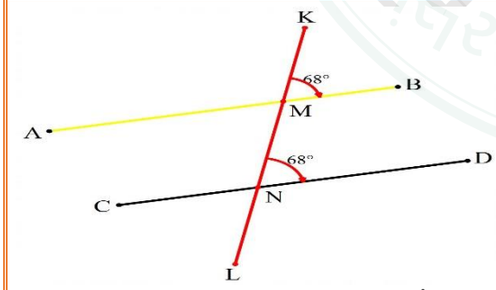


الزاويتان $\widehat{AML}$ و $\widehat{KND}$ متبادلتان داخليا و متقايستان.

إذن: (AB)//(CD)

طريقة 3:

حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متماثلتين متقايستين.



الزاويتان $\widehat{KMB}$ و $\widehat{KND}$ متماثلتان و متقايستان.

إذن: (AB)//(CD)

طريقة 4:

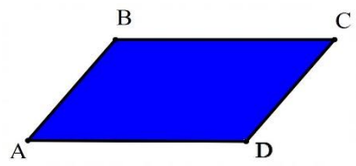
في متوازي الأضلاع (كيفي، مستطيل، مربع) كل ضلعين متقابلين حاملاهما متوازيان.

ABCD **متوازي أضلاع.**

إذن:

(AB)//(DC)

(BC)//(AD)



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

خاصية فيثاغورس

تعريف :

إذا كان مثلث قائما، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

هدفها:

حساب طول الوتر أو طول أحد الضلعين القائمين.

شرطها:

أن يكون المثلث المعطى قائما.

ملاحظة:

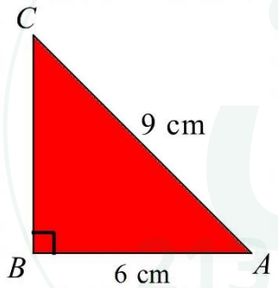
طول الوتر^2 = الضلع القائم^2 + الظلع القائم^2

ضلع القائم^2 = الوتر^2 - الضلع القائم^2

مثال:

ABC مثلث قائم في **B** حيث: AB=6 cm ، AC= 9cm

- احسب طول الضلع BC.



الحل:

لدينا : ABC مثلث قائم في **B**.

بتطبيق خاصية فيثاغورس نجد:

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$
$$BC^2 = 9^2 - 6^2$$
$$BC^2 = 81 - 36$$
$$BC^2 = 45$$
$$BC = \sqrt{45}$$
$$\boxed{BC = 6.71cm}$$

خاصية فيثاغورس العكسية

تعريف :

إذا كان في مثلث مربع الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي الضلعين الأخرين فإن المثلث قائم.

هدفها:

إثبات أن المثلث قائم.

شرطها:

أن يكون عندك مثلث + معرفة جميع أطوال أضلاعه.

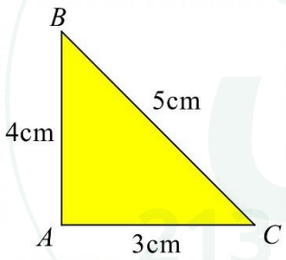
خطواتها:

1. نربع الضلع الأكبر (وحده).
2. نربع الضلعين الصغيرين (معًا) ثم نجمعهما.
3. نقارن النتيجتين فإذا كانتا متساويتين فالمثلث قائم.

مثال:

ABC مثلث حيث: $BC=5\ cm$ ، $AC=3\ cm$ ، $AB=4\ cm$

- بيّن أن المثلث ABC قائم في A.



الحل:

لدينا: ABC مثلث.

بتطبيق خاصية فيثاغورس العكسية نجد:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$ فإن:

$$BC^2 = 5^2 = 25$$

$$AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

نستنتج أن المثلث ABC مثلث قائم في A.

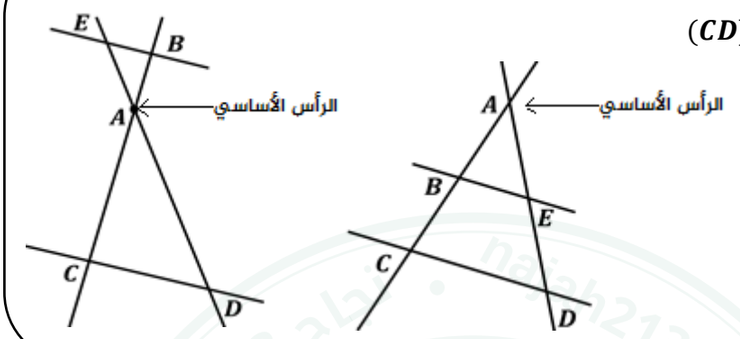
خاصية طالس

تعريف :

المستقيمان (BC) و (ED) متقاطعان في النقطة A.

إذا كان المستقيمان (BE) $//$ (CD)

فإن : $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$



هدفها:

- حساب طول أحد الأضلاع.
- حساب أحد النسب المثلثية (كسر من الكسور).

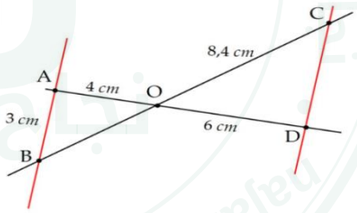
شرطها:

التوازي. (إذا لم يعط في نص التمرين، نثبته بإحدى طرق إثبات التوازي).

مثال:

$(AB)//(DC)$

- احسب الطول OB.



الحل:

لدينا: $(AB)//(DC)$

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{OB}{8.4} = \frac{3}{DC}$$

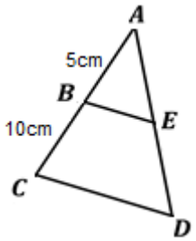
$$OB = \frac{4 \times 8.4}{6}$$

$$\boxed{OB = 5,6\ cm}$$

مثال:

$(BE)//(CD)$

- بيّن أن $\frac{BE}{CD} = \frac{1}{3}$.



الحل:

لدينا: $(BE)//(CD)$

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{5}{15} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{5}{15} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{BE}{CD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

خاصية طالس العكسية

تعريف :

المستقيمان (d) و (d') متقاطعان في النقطة A.

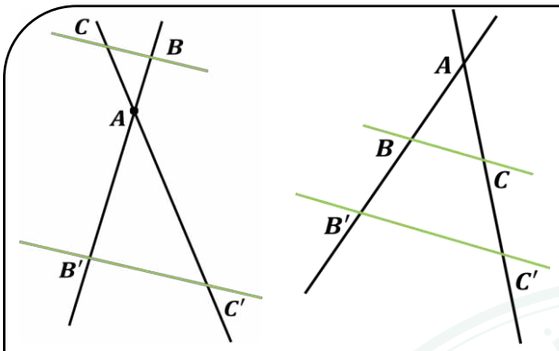
B و B' نقطتان من (d) و C و C' نقطتان من (d').

إذا كان:

1- النقط : A ، B ، B' و A ، C ، C' على استقامة واحدة وبنفس الترتيب.

2- $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$

فإن: $(B'C')//(BC)$



هدفها:

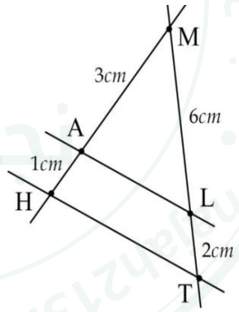
إثبات التوازي.

شرطها:

إستقامية النقط و اتباعها نفس الترتيب.

مثال:

هل $(AL)//(HT)$ ؟



الحل:

لدينا: النقط T, L, M و النقط H, A, M على استقامة واحدة و بنفس الترتيب.

بتطبيق خاصية طالس العكسية نجد:

$$\frac{MA}{MH} = \frac{ML}{MT} \text{ فإن: } \begin{cases} \frac{MA}{MH} = \frac{3}{4} \\ \frac{ML}{MT} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

نستنتج أن: $(AL)//(HT)$

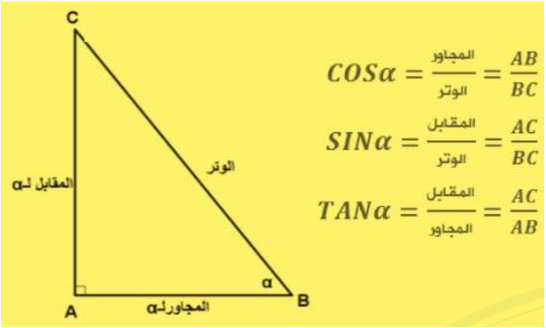
النسب المثلثية

القوانين:

جيب تمام زاوية حادة = $\frac{\text{طول المجاور}}{\text{طول الوتر}}$ و نرمز له بـ Cos

جيب زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$ و نرمز له بـ Sin

ظل زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول المجاور}}$ و نرمز له بـ Tan



$$COS\alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$SIN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$TAN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

شرطها:

- أن يكون المثلث المعطى قائماً.

هدفها:

- حساب قيس زاوية. (يجب توفر ضلعين)
- حساب طول أحد أضلاع المثلث القائم. (يجب توفر زاوية + ضلع)

خطوات الحل:

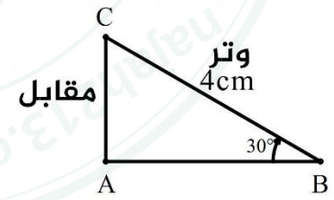
1. نحدد الزاوية و الضلعين المقصودين.
2. نضع القانون المناسب ثم نعوض عدديًا.

حساب طول ضلع:

ABC مثلث قائم في A حيث: $A\hat{B}C = 30^0$ و BC=4cm

- احسب الطول AC.

الحل:



$$\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{4}$$

$$AC = \frac{4 \times \sin 30^\circ}{1}$$

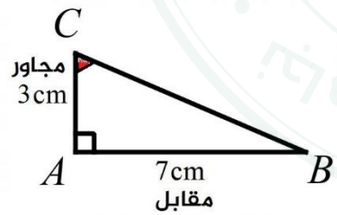
$$\boxed{AC = 2cm}$$

حساب قيس زاوية:

ABC مثلث قائم في A حيث: AB=7cm ، AC=3cm.

- اوجد $A\hat{C}B$.

الحل:



$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan A\hat{C}B = \frac{7}{3}$$

$$\tan A\hat{C}B = 2,33$$

$$shift \rightarrow \tan \rightarrow 2,33 \rightarrow \boxed{A\hat{C}B = 67^\circ}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

قوانين تربط بين النسب المثلثية:

- بمعرفة $\cos\alpha$ يمكن إيجاد $\sin\alpha$ (أو العكس).	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- بمعرفة كل من $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ يمكن إيجاد $\tan\alpha$.	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

مثال:

ABC مثلث قائم حيث: $\cos\ \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- احسب كل من $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$.

الحل:

- حساب $\sin\alpha$:

$$(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$
$$(\sin\alpha)^2 = 1 - (\cos\alpha)^2$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-(\cos\alpha)^2}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{3}{4}}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{4}{4}-\frac{3}{4}}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}}$$
$$\boxed{\sin\alpha = \frac{1}{2}}$$

- حساب $\tan\alpha$:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$\tan\alpha = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$
$$\tan\alpha = \frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}$$
$$\boxed{\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

الأستاذ: بونايس سفيان

القاسم المشترك الأكبر

تعريف:

القاسم المشترك الأكبر (بالإنجليزية: Greatest common divisor**) لعددين هو أكبر عدد يقسم في نفس الوقت العددين معاً بدون أي باقي قسمة.**

طرق حساب القاسم المشترك الأكبر:

1. **القواسم المشتركة.**
2. **عملية الطرح المتتالي.**
3. **القسمة الاقليدية.**

إثبات أنّ العددان ليسا أوليان فيما بينهما:

حالة 1: نثبت أن العددان يقبلان القسمة على 2 أو 3 أو 5. (دون حساب)

حالة 2: نحسب القاسم المشترك الأكبر و نجده مختلف عن 1. (حساب)

القواسم المشتركة:

حساب القاسم المشترك للعددين 48 و 60:

$48 = 1 \times 48$

$48 = 2 \times 24$

$48 = 3 \times 16$

$48 = 4 \times 12$

$48 = 6 \times 8$

قواسم العدد 48 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 16، 24، 48.

$60 = 1 \times 60$

$60 = 2 \times 30$

$60 = 3 \times 20$

$60 = 4 \times 15$

$60 = 5 \times 12$

$60 = 6 \times 10$

قواسم العدد 60 هي: 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30، 60.

PGCD (48; 60) = 12

عملية الطرح المتتالي:

حساب القاسم المشترك للعددين 1575 و 3465:

3465-1575=1890
1890-1575=315
1575-315=945
945-315=630
630-315=315
315-315=0

PGCD (3465; 1575) =315

القسمة الإقليدية:

حساب القاسم المشترك للعددين 468 و 528:

$528 = 468 \times 1 + 60$

$468 = 60 \times 7 + 48$

$60 = 48 \times 7 + 12$

$48 = 12 \times 4 + 0$

PGCD (468; 528) =12

طرق استعمال القاسم المشترك الأكبر:

1. **اختزال الكسور و حساب عبارات جبرية:**

مثال:

- **اكتب العدد** $\frac{187}{119}$ **على شكل كسر غير قابل للاختزال.**
- **احسب العبارة A حيث:** $A = \frac{20}{7} - \frac{187}{119}$

الحل:

$$187 = 119\times1 + 68$$
$$119 = 68\times1 + 51$$
$$68 = 51\times 1+ 17$$
$$51 = 17\times3 + 0$$

$$PGCD\ (187; 119) = 17$$

- **الاختزال:** $\frac{187\div17}{119\div17} = \frac{11}{7}$

حساب العبارة A:

$$A = \frac{20}{7} - \frac{187}{119}$$
$$A = \frac{20}{7} - \frac{11}{7}$$
$$A = \frac{9}{7}$$

2. حساب عدد الأشجار أو عدد الأعمدة:

مثال:

يملك فلاح مزرعة مستطيلة الشكل بعداها 112m و 98m .
يريد الفلاح غرس أشجار صنوبر حول المزرعة على أن يغرس شجرة في كل ركن و تكون المسافة الفاصلة بين شجرتين متتاليتين ثابتة.
- ما هو أقل عدد من الأشجار التي يجب على الفلاح غرسها ؟

الحل:

$$\text{عدد الأشجار} = \frac{\text{المحيط الكلي}}{\text{المسافة بين كل شجرتين}}$$

$$PGCD\ (112; 98) = 14$$

المسافة بين كل شجرتين هي 14m.

- **حساب المحيط الكلي:**

$$P= 112+98+112+98= 420m$$

- **حساب عدد الأشجار:**

نرمز لعدد الأشجار بـ n $n = \frac{420}{14} = 30$ **عدد الأشجار هو 30 شجرة.**

3. حساب عدد المربعات أو البلاطات:

مثال:

يريد عمر تبليط حجرة طولها 4,5m و 3m باستعمال بلاطات مربعة متماثلة.
- احسب عدد البلاطات المستعملة.

الحل:

$$\text{عدد البلاطات} = \frac{\text{المساحة الكلية}}{\text{مساحة البلاطة الواحدة}}$$

- **التحويل:**

$$4,5\ m = 45\ dm$$
$$3\ m = 30\ dm$$

- **حساب مساحة البلاطة الواحدة:**

$$PGCD\ (45; 30) = 15\ dm$$

طول ضلع البلاطة الواحدة هو 15 dm.

$$S = 15 \times 15 = 225\ dm^2$$

مساحة البلاطة الواحدة هي $225\ dm^2$.

- **حساب مساحة الحجرة:**

$$S = 30 \times 45 = 1350\ dm^2$$

مساحة الحجرة هي $1350\ dm^2$.

- **حساب عدد البلاطات:**

نرمز لعدد البلاطات بـ n $n = \frac{1350}{225} = 6$ **عدد البلاطات هو 6 بلاطات.**

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

تحليل عبارة جبرية

❖ العامل المشترك:

استخراج العامل المشترك (إشارة، عدد، حرف) و كتابة ما تبقى بين قوسين.

مثال:

$$-18x-27=-9\times 2\times x-9\times 3=-9(2x+3)$$

$$-35x^2-50x=-5\times 7x^2-5\times 10x=-5x(7x+10)$$

$$42x^3-24x^2+12x=6\times 7\times x^3-6\times 4\times x^2+6\times 2\times x=6x(7x^2-4x+2)$$

❖ قوس مشتركة:

1. **استخراج القوس المشتركة و الإبقاء على بقية الأقواس أو الأطراف بين عارضتين.**
2. **تبسيط ما بداخل العارضتين.**

أمثلة:

$$A=\underline{(2x+1)}(x+3)-\underline{(2x+1)}(7x-5)$$
$$A=(2x+1)\left[(x+3)-(7x-5)\right]$$
$$A=(2x+1)\left[x+3-7x-5\right]$$
$$A=(2x+1)\left[x-7x+3-5\right]$$
$$A=(2x+1)(-6x-2)$$

$$B=8x\,\underline{(6x-10)}+5\underline{(6x-10)}$$
$$B=(6x-10)(8x+5)$$

$$C=\underline{(3x+5)}(4x+7)+\underline{(3x+5)}$$
$$C=(3x+5)\left[(4x+7)+1\right]$$
$$C=(3x+5)\left[4x+7+1\right]$$
$$C=(3x+5)(4x+8)$$

$$D=(4x+9)^2+(4x+9)(3x-1)$$
$$D=\underline{(4x+9)}(4x+9)+\underline{(4x+9)}(3x-1)$$
$$D=(4x+9)\left[(4x+9)+(3x-1)\right]$$
$$D=(4x+9)\left[4x+9+3x-1\right]$$
$$D=(4x+9)\left[4x+3x+9-1\right]$$
$$D=(4x+9)(7x+8)$$

$$E=(28x-20)(x+3)-(7x-5)(3x+18)$$
$$E=4\underline{(7x-5)}(x+3)-\underline{(7x-5)}(3x+18)$$
$$E=(7x-5)\left[4(x+3)-(3x+18)\right]$$
$$E=(7x-5)\left[4x+12-3x-18\right]$$
$$E=(7x-5)\left[4x-3x+12-18\right]$$
$$E=(7x-5)(x-6)$$

❖ المتطابقات الشهيرة (مربع مجموع - مربع فرق):

نجد ثلاث أطراف (درجة ثانية - درجة أولى - عدد طبيعي).

أمثلة:

$a^2+b^2+2ab=(a+b)^2$	$a^2+b^2-2ab=(a-b)^2$
$E=9x^2+12x+4$ $E=(3x)^2+2\times 3x\times 2+(2)^2$ $E=(3x+2)^2$	$F=25x^2-40x+16$ $F=(5x)^2-2\times 5x\times 4+4^2$ $F=(5x-4)^2$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

❖ المتطابقات الشهيرة (جداء مجموع حدين و فرقهما):

نجد طرفين بينهما عملية طرح (-) .

أمثلة:

$A = 9x^2 - 16$ $A = (3x)^2 - 4^2$ $A = (3x + 4)(3x - 4)$	$B = 25x^2 - 3$ $B = (5x)^2 - (\sqrt{3})^2$ $B = (5x + \sqrt{3})(5x - \sqrt{3})$
$D = (3x - 1)^2 - (7x + 2)^2$ $D = [(3x - 1) + (7x + 2)][(3x - 1) - (7x + 2)]$ $D = [3x - 1 + 7x + 2][3x - 1 - 7x - 2]$ $D = [3x + 7x - 1 + 2][3x - 7x - 1 - 2]$ $D = (10x + 1)(-4x - 3)$	$C = 9 - (4x + 5)^2$ $C = (3)^2 - (4x + 5)^2$ $C = [3 + (4x + 5)][3 - (4x + 5)]$ $C = [3 + 4x + 5][3 - 4x - 5]$ $C = [4x + 3 + 5][-4x + 3 - 5]$ $C = (4x + 8)(-4x - 2)$

❖ معادلة الجداء المعدوم:

إذا كان : $(ax + b)(cx + d) = 0$ فإن : $ax + b = 0$ أو $cx + d = 0$

أمثلة:

$(5x - 1)(2x + 3) = 0$ $5x - 1 = 0$ أو $2x + 3 = 0$ $5x = 1$ أو $2x = -3$ $x = \frac{1}{5}$ أو $x = -\frac{3}{2}$ **للمعادلة حلان هما $-\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{5}$.**	$9x(-4x + 12) = 0$ $9x = 0$ أو $-4x + 12 = 0$ $x = \frac{0}{9}$ أو $-4x = -12$ $x = 0$ أو $x = \frac{-12}{-4} = 3$ **للمعادلة حلان هما 3 و 0.**	$8(3x - 1) = 0$ $3x - 1 = 0$ $3x = 1$ $x = \frac{1}{3}$ **للمعادلة حل وحيد $\frac{1}{3}$.**

النسبة المئوية

❖ تحديد عبارة الدالة الخطية المنمذجة للوضعية التناسبية:

نحسب معامل الدالة الخطية a حسب الوضعية المعطاة.

- في حالة الأخذ: $a= P\%$
- في حالة الزيادة: $a= 1 + P\%$
- في حالة التخفيض: $a= 1 - P\%$
- بدلالة الجديد و القديم: $a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}$

❖ حساب المقدار الجديد أو القديم:

1. تعطى لنا النسبة المئوية.
2. نحسب المعامل a باختيار أحد القوانين الثلاثة:
   - في حالة الأخذ: $a= P\%$
   - في حالة الزيادة: $a= 1 + P\%$
   - في حالة التخفيض: $a= 1 - P\%$
3. ثم نطبق القانون: القديم × a = الجديد

مثال 1:

سعر حذاء 1500DA زاد سعره بـ 20%.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f المنمذجة لهذه الوضعية.
2. أوجد سعر الحذاء بعد الزيادة.

الحل:

إيجاد عبارة الدالة الخطية:

$a= 1 + P\%=1+0.2=1.2$

عبارة الدالة الخطية هي: $f(x)=1.2x$

إيجاد سعر الحذاء بعد الزيادة:

$1,2\times1500=1800DA$

مثال 2:

سعر ثلاجة 950000DA. انخفض سعرها بـ 25%.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f المنمذجة لهذه الوضعية.
2. أوجد سعر الثلاجة بعد التخفيض.

الحل:

إيجاد عبارة الدالة الخطية:

$a= 1 - P\%=1+0.25=0.75$

عبارة الدالة الخطية هي: $f(x)=0.75x$

إيجاد سعر الحذاء بعد التخفيض:

$0,75\times950000=712500DA$

❖ حساب النسبة المئوية:

1. نحسب المعامل a عبر القانون: $a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}$
2. نقارن a بالعدد 1.

مثال 1:

سعر حاسوب 45000DA. أصبح سعره بعد الزيادة 54000DA.

- أحسب نسبة الزيادة في سعره.

الحل:

$a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}=\frac{54000}{45000}=1,2$

$P\%=1,2-1=0,2=20\%$

مثال 2:

سعر كتاب 2000DA. أصبح سعره بعد الزيادة 1800DA.

- أحسب نسبة التخفيض في سعره.

الحل:

$a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}=\frac{1800}{2000}=0,9$

$P\%=1-0,9=0,1=10\%$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية

الزاوية المركزية: هي زاو ية رأسها هو مركز الدائرة.

الزاو ية المحيطية: هي زاوية رأسها نقطة من محيط الدائرة وضلعاها وتران للدائرة.

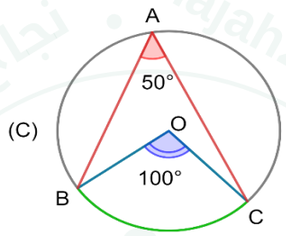
خاصية:

إذا كانت **الزاوية المحيطية** و **الزاوية المركزية** في دائرة تحصران نفس القوس فإن:

قيس **الزاوية المحيطية** = **نصف** قيس **الزاوية المركزية**.

مثال:

الزاوية المحيطية $B\hat{A}C$ و **الزاوية المركزية** $B\hat{O}C$ تحصران نفس القوس BC



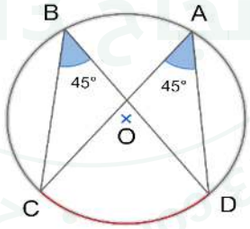
إذن: $B\hat{A}C = \frac{1}{2} B\hat{O}C$

خاصية:

إذا كانت **زاويتان محيطيتان** في دائرة تحصران نفس القوس فإن: لهما **نفس القيس**.

مثال:

الزويتان المحيطيتان $C\hat{A}D$ و $C\hat{B}D$ تحصران نفس القوس CD



إذن: $C\hat{A}D = C\hat{B}D$

ملاحظة: تلخيص الأستاذ بركان عبد الإله.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

الدالة الخطية و الدالة التألفية

❖ **إيجاد عبارة دالة:**

لإيجاد عبارة دالة نحسب المعاملين a و b.

حسابيا:

الدالة خطية:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}}{\text{عدد}}$ **أو** $a=\frac{\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}}$

مثال:

f **دالة خطية حيث:** $f(2)=-4$

f **دالة خطية تشمل النقطة** A **حيث:** $A(2;-4)$

- **أوجد عبارة الدالة** f.

الحل:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}}{\text{فاصلة}}=\frac{\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}}=\frac{4}{-2}=-2$

عبارة الدالة f **هي:** $f(x)=-2x$

الدالة تألفية:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}-\text{صورة}}{\text{عدد}-\text{عدد}}$ **أو** $a=\frac{\text{ترتيبة}-\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}-\text{فاصلة}}$

حساب b: **نحل المعادلة** $ax+b=g(x)$

مثال:

g **دالة تألفية حيث:** $g(2)=5$ **و** $g(-1)=-4$

g **دالة تألفية تشمل النقطتين** C **و** D **حيث:** $C(2;5)$ **و** $D(-1;-4)$

- **أوجد عبارة الدالة** g.

الحل:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}-\text{صورة}}{\text{عدد}-\text{عدد}}=\frac{\text{ترتيبة}-\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}-\text{فاصلة}}=\frac{5-(-4)}{2-(-1)}=3$

حساب b:

$3\times 2+b=5$

$6+b=5$

$b=5-6$

$b=-1$

أو

$3\times -1+b=-4$

$-3+b=-4$

$b=-4+3$

$b=-1$

عبارة الدالة g **هي:** $g(x)=3x-1$

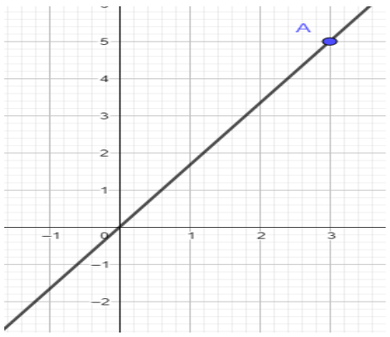
بيانيا:

الدالة خطية:

حساب a: **نختار نقطة من المنحنى ثم نطبق القانون:**

$$a=\frac{\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}}$$

مثال:



$a=\frac{5}{3}$

$f(x)=\frac{5}{3}x$

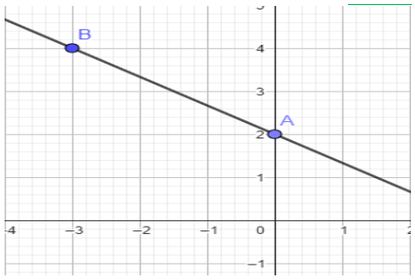
الدالة التألفية:

حساب a: **نختار نقطتين من المنحنى ثم نطبق القانون:**

$$a=\frac{\text{ترتيبة}-\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}-\text{فاصلة}}$$

إيجاد b: **هي ترتيبة نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب.**

مثال:



$a=\frac{4-2}{-3-0}=-\frac{1}{3}$

$b=2$

$g(x)=-\frac{1}{3}x+2$

❖ **حساب الصورة :**

لحساب صورة عدد في دالة خطية أو تألفية نعوض العدد المعطى في عبارة الدالة.

مثال:

f دالة تألفية حيث: $f(x) = -2x + 5$

- **أوجد $f(4)$ (صورة العدد 4)**

الحل:

$$f(4) = -2 \times 4 + 5 = -8 + 5 = -3$$

❖ **حساب عدد صورته معلومة (فاصلة):**

لحساب عدد (فاصلة) صورته معلومة سواء في دالة خطية أو تألفية نحل المعادلة:

صورة معطاة = عبارة الدالة

مثال:

g دالة تألفية حيث: $g(x) = 4x - 5$

- **أوجد العدد الذي صورته 27.**

الحل:

$$g(x) = 27$$
$$4x - 5 = 27$$
$$4x = 27 + 5$$
$$4x = 32$$
$$x = \frac{32}{4}$$
$$x = 8$$
$$\boxed{g(8) = 32}$$

❖ **التحقق من إنتماء نقطة إلى المنحنى:**

نعوض الفاصلة المعطاة في عبارة الدالة لحساب الصورة، فإذا كانت نفسها قيمة الترتيبة المعطاة، فإن النقطة تنتمي إلى منحنى الدالة.

مثال:

h دالة تألفية حيث: $h(x) = -6x + 1$

هل النقطة $A(7 ; -41)$ تنتمي إلى منحنى الدالة h ؟

الحل:

$$h(7) = -6 \times 7 + 1 = -42 + 1 = -41$$

نعم النقطة A تنتمي إلى منحنى الدالة h.