najah213.com · نجاح 213




فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# ملخص لاهم دروس الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

## حساب القاسم المشترك الأكبر

**مثال:**

**مثلا : ايجاد القاسم المشترك الأكبر ل 1547 و 697**

$1547 = 697 \times 2 + 153$

$697 = 153 \times 4 + 85$

$153 = 85 \times 1 + 68$

$85 = 68 \times 1 + 17$

$68 = 17 \times 4 + 0$

$p\,\text{gcd}(1547; 697) = 17$

**تمرين:** احسب

$PGCD(1575\ ;\ 3780)$

**خاصية:** نقول عن عدد b انه قاسم ل a إذا وجد عدد k بحيث $a = b \times k$

## العددان الأوليان فيما بينهما

**تعريف :** العددان الأوليان فيما بينهما هما عددان القاسم المشترك الاكبر لهما هو 1

الأسئلة المقترحة في التمارين :

**السؤال 1:** بين ان 65 و 56 اوليان فيما بينها

الحل : نحسب القاسم المشترك الأكبر لهما اذا كان 1 فهما اوليان فيما بينهما

**السؤال 2:** بدون حساب هل 102 و 78 اوليان فيما بينهما

هنا نستعمل قواعد قابلية القسمة على 2 أو 3 أو 5

**الحل**

بما ان 2 قاسم ل 102 و قاسم ل 78 فان 102 و 78 غير اوليان فيما بينهما

**الإختزال:**

لكتابة كسر على شكل كسر غير قابل للاختزال هي ان نقسم بسطه و مقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما .

## العمليات على الكسور

**جمع أو طرح كسرين :**

نجمع او نطرح البسطين و نحتفظ بنفس المقام

اذا كانا مختلفين في المقام يجب توحيد المقامات

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

**ضرب كسرين:**

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

**قسمة كسرين :**

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

**اجراء سلسلة عمليات على الكسور الأولوية في الحساب**

- القوى
- الاقواس
- الضرب و القسمة
- الجمع و الطرح

## بعض أنواع المسائل PGCD

**النوع 1: مسائل التقسيم إلى مجموعات**

يريد صاحب مكتبة توزيع 5184 كراسا و 3456 كتابا على أكبر عدد ممكن من التلاميذ المحتاجين بحيث يحصل كل تلميذ على كراريس و كتب في آن واحد على أن تكون القسمة عادلة - أحسب عدد التلاميذ المستفيدين

ملاحظة: pgcd يمثل عدد المجموعات او التلاميذ ..

**النوع 2: مسائل الاحاطة**

حقل مستطيل الشكل طوله $102m$ و عرضه $78m$ أراد صاحبه إحاطته بأشجار بحيث تبعد كل شجرة عن الأخرى بنفس المسافة و أن سغرس عند كل ركن شجرة

- ما هي المسافة بين كل شجرة و أخرى
- ما هو عدد الأشجار

ملاحظة: pgcd يمثل هنا دوما المسافة بين الاشجار او الأعمدة

**النوع 3: مسائل التقسيم إلى مربعات**

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220

صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 140 و 220 جزئت الى مربعات متماثلة و بأكبر ضلع ممكن

- أحسب طول ضلع كل مربع
- أحسب عدد المربعات الناتجة

ملاحظة: pgcd هنا يمثل طول ضلع المربع

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# ملخص المقطع الثاني للأنشطة الهندسية – خاصية طالس و النسب المثلثية

## حساب الأطوال

**خاصية طالس:**

شرطها

– التوازي و استقامية النقط

نتيجتها :

تساوي النسب

**نظرية فيتاغورث**

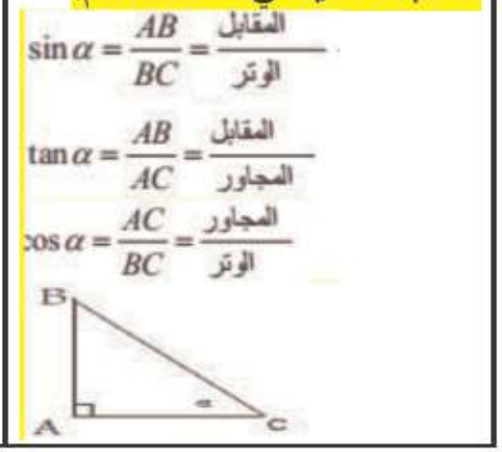
إذا كان المثلث قائما فان مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين

**النسب المثلثية في المثلث القائم:**

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$




## إثبات التوازي

**الخاصية العكسية لطالس :**

نحسب أولا النسب اذا كانت متساوية

و النقاط على استقامية و بنفس الترتيب فإن المستقيمان متوازيان

**المستقيمان المتعامدان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان:**

بعض الأشكال التي توضح في التمارين:







## إثبات أن المثلث قائم

**الخاصية العكسية لفيتاغورث:**

اذا كان في مثلث مربع طول أحد الاضلاع يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين فان هذا المثلث قائم

**الدائرة المحيطة بالمثلث:**

إذا كان أحد أضلاع المثلث قطرا للدائرة المحيطة بهذا المثلث فان هذا المثلث قائم




## حساب الزوايا

**النسب المثلثية في المثلث القائم:**

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$




**العلاقة بين النسب المثلثية**

تستخدم في حساب القيم المضبوطة لأحد النسب المثلثة

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

أ.دقيش علي للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# ملخص لاهم دروس العمليات على الجذور التربيعية

## تعريف الجذر التربيعي و العمليات على الجذور

من أجل كل عدد موجب $a$، يوجد عدد موجب مربعه $a$ نرمز له $\sqrt{a}$، ونكتب: $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

**لا يوجد عدد مربعه عدد سالب.**

$\sqrt{49}$

$\sqrt{100}$

$\sqrt{4}$

$\sqrt{9}$

$\sqrt{64}$

**خاصية 1:**

$a$ و $b$ عددان موجبان.

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ و $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$.

**الخاصية 2:**

$a$ و $b$ عددان موجبان حيث $b \neq 0$.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

**الخاصية 3:**

$a$ و $b$ عددان موجبان حيث $a > b$.

$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ و $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$.

## تبسيط عدد غير ناطق (الجذور)

تبسيط عدد غير ناطق هو كتابته على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث $a$ عدد موجب و $b$ أصغر عدد طبيعي ممكن.

**مثال:** تبسيط العدد $\sqrt{50}$.

- نبحث عن أكبر مربع يقسم 50، أي: $50 = 25 \times 2$
- نطبق خاصية جداء جذرين تربيعيين، أي: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2}$
- نطبق تعريف الجذر التربيعي، أي: $\sqrt{25} = 5$

إذن: $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

**تبسيط عبارة جذور**

تبسيط الجذور، أي كتابتها على الشكل $a\sqrt{b}$.

**مثال:** تبسيط العبارة $A = \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50}$.

- نكتب العبارة على الشكل $a\sqrt{b}$، أي:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50} \\ &= \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{25 \times 2} \\ &= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

أكتب العبارات التالية على شكل $a\sqrt{b}$ :

$A = \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12}$

$B = \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{75}$

$C = 2\sqrt{18} - 3\sqrt{2} + \sqrt{8}$

$D = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{80} + \sqrt{20}$

## التوزيع و جعل مقام نسبة عدد ناطق و المعادلة

**الجداء و التوزيع**

$3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} =$

$5\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} =$

$2\sqrt{3}\left(4 - \sqrt{2}\right) =$

$-2\sqrt{5}\left(5 - 2\sqrt{5}\right) =$

$-\sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 1\right) =$

**جعل مقام نسبة عدد ناطق**

لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا نضرب كلا من $a$ و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$ ($\sqrt{b}$ عدد ناطق).

$\frac{5}{3\sqrt{2}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$

- **المعادلة:** $x^2 = b$

$b$ عدد حقيقي.

- إذا كان $b > 0$، فإن للمعادلة: $x^2 = b$ حلين مختلفين هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$.
- إذا كان $b = 0$، فإن للمعادلة: $x^2 = b$ حلا واحدا فقط هو العدد 0.
- إذا كان $b < 0$، فإن المعادلة: $x^2 = b$ ليس لها حلا

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

# ملخص نشر و تبسيط عبارة جبرية

تبسيط عبارة جبرية هو كتابتها بأقل عدد من الحدود

## حذف الأقواس:

- قوس مسبوقة بإشارة سالبة (-) : نحذف الأقواس و نغير الإشارات
- قوس مسبوقة بإشارة موجبة (+) : نحذف الأقواس و لا نير الإشارات

$$A=+(-2x^2-2x+15)=-2x^2-2x+15$$

$$B=-(-3x^3+2x^2-7x+3)=3x^3-2x^2+7x-3$$

## التوزيع :

$$*\ k(a+b)=ka+kb$$

$$*\ k(a-b)=ka-kb$$

$$*\ (a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$$
$$=ac+ad+bc+bd$$

## المتطابقات :

1. مربع مجموع: $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$
2. مربع فرق: $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

جداء مجموع حدين و فرقهما

$$(m-n)(m+n)=m^2-n^2$$

بعد إجراء التبسيط باستخدام حذف الأقواس أو التوزيع أو المتطابقات الشهيرة نقوم بجمع الحدود المتشابهة

**الحدود المتشابهة** : هي التي لها نفس الحرف و نفس الأس

مثال:

$$A=2x^2+5x+6+5x^2-3x+10$$

$$A=2x^2+5x^2+5x-3x+6+10$$

$$A=7x^2+2x+16$$

الأستاذ دقيش علي للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

# ملخص التحليل

## التحليل البسيط المباشر

### العامل المشترك

$$A=(2x-1)(x+2)-(2x-1)(4x+1)$$
$$A=(2x-1)\left[(x+2)-(4x+1)\right]$$
$$A=(2x-1)\left[x+2-4x-1\right]$$
$$A=(2x-1)(-3x+1)$$

### المتطابقات الشهيرة

**رقم 1**

$$A=4x^2+9+12x$$
$$A=(2x+3)^2$$

**رقم 2**

$$A=25x^2+49-70x$$
$$A=(5x-7)^2$$

**المتطابقة رقم 3**

$$9x^2-16=(3x-4)(3x+4)$$

$$C=(x-1)^2-4$$
$$C=\left[(x-1)-2\right]\left[(x-1)+2\right]$$
$$C=\left[x-1-2\right]\left[x-1+2\right]$$
$$C=(x-3)(x+1)$$

$$D=(x-1)^2-(2x+3)^2$$
$$D=\left[(x-1)-(2x+3)\right]\left[(x-1)+(2x+3)\right]$$
$$D=\left[x-1-2x-3\right]\left[x-1+2x+3\right]$$
$$D=(-x-3)(3x+2)$$

## تحليل العبارات غير مباشر

الأستاذ دقيش علي للرياضيات - تابع قناتي على اليوتيب

### الحالة 1: بالعامل المشترك

**ملاحظة :**

العامل المشترك يكون غير ظاهر و من أجل تحليل العبارة يجب تحليل أحد حدودها أو أحد العوامل حتى يظهر لنا العامل المشترك

$$A=(12x^2-6x)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=6x(2x-1)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=(2x-1)\left[6x-(4x+3)\right]$$
$$A=(2x-1)\left[6x-4x-3\right]$$
$$A=(2x-1)(2x-3)$$

### الحالة 2: المتطابقات

**ملاحظة:**

العامل المشترك غير ظاهر و من أجل تحليل العبارة نقوم بتحليل احد الحدود بالمتطابقات الشهيرة و بعدها نحلل العبارة كاملة بالعامل

$$A=(16x^2-9)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=(4x+3)(4x-3)-(2x-1)(4x+3)$$
$$A=(4x+3)\left[(4x-3)-(2x-1)\right]$$
$$A=(4x+3)\left[4x-3-2x+1\right]$$
$$A=(4x+3)(2x-2)$$

### الحالة 3: بصحة مساواة

**ملاحظة :**

العامل المشترك غير ظاهر نقوم بإثبات صحة مساواة ثم نستغل نتيجتها في تحليل العبارة

إثبات صحة المساوات

$$A=(2x+3)(x-1)$$
$$=2x(x-1)+3(x-1)$$
$$=2x^2-2x+3x-3$$
$$=2x^2+x-3$$

$$B=2x^2+x-3+(2x+3)(5x-2)$$
$$B=(2x+3)(x-1)+(2x+3)(5x-2)$$
$$B=(2x+3)\left[(x-1)+(5x-2)\right]$$
$$B=(2x+3)\left[x-1+5x-2\right]$$
$$B=(2x+3)(6x-3)$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

# المعادلات

## من الدرجة الأولى

2

### 1- معادلة من الشكل:

$$ax = b$$

مع

$$a \neq 0$$

حلها هو

$$x = \frac{b}{a}$$

$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2} = 5$$

$$-5x = 60$$
$$x = \frac{60}{-5} = -12$$

$$\frac{5}{2}x = \frac{7}{11}$$
$$x = \frac{7}{11} \div \frac{5}{2}$$
$$x = \frac{7}{11} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{55}$$

$$-2x = \frac{3}{5}$$
$$x = \frac{3}{5} \div (-2)$$
$$x = \frac{3}{5} \times \frac{1}{-2} = -\frac{3}{10}$$

$$\frac{4}{7}x = -3$$
$$x = -3 \div \frac{4}{7}$$
$$x = -3 \times \frac{7}{4} = -\frac{24}{4}$$

### 2- طريقة حل معادلة من الدرجة الأولى:

1- تبسيط الطرفان
2- المعالم في طرف و المجاهيل في طرف (تغيير الإشارة عند تغيير الطرف)
3- جمع الحدود المتشابهة
4- حل معادلة من الشكل $ax = b$

$$2(3x-1)-(5x+2)=3(x+1)$$
$$6x-2-5x-2=3x+3$$
$$6x-5x-3x=+2+2+3$$
$$-2x=7$$
$$x=-\frac{7}{2}$$

## من الدرجة الثانية

### 3- معادلة من الشكل:

$$x^2 = b$$

ثلاثة

$b > 0$

للمعادلة حلان هما

$x = \sqrt{b}$

$x = -\sqrt{b}$

ومنه $x^2 = 16$

$x = \sqrt{16} = 4$

$x = -\sqrt{16} = -4$

$b = 0$

للمعادلة حل واحد

$x = 0$

$x^2 = 0$

ومنه

$x = 0$

$b < 0$

المعادلة ليس لها حل

$x^2 = -10$

ليس لها حل

### 4- معادلة الجداء

المعلوم: إذا كان

$a \times b = 0$

إذن

$a = 0$

أو

$b = 0$

$(2x + 3)(3x - 5) = 0$

إما

$2x + 3 = 0$
$2x = -3$
$x = \frac{-3}{2}$

أو

$3x - 5 = 0$
$3x = 5$
$x = \frac{5}{3}$

### 5- معادلة يؤول حلها إلى حل معادلة الجداء المعلوم:

1- جعل الطرف الأيمن 0
2- تحليل الطرف الأيسر
3- حل معادلة الجداء المعلوم

$49 = (2x+3)^2$
$49 - (2x+3)^2 = 0$
$[7-(2x+3)][7+(2x+3)] = 0$
$[7-2x-3][7+2x+3] = 0$
$(4-2x)(2x+10) = 0$

إما

$2x+10 = 0$
$2x = -10$
$x = -\frac{10}{2} = -5$

أو

$4 - 2x = 0$
$-2x = -4$
$x = \frac{-4}{-2} = 2$

أ. يقيش علي

# المتراجحات

## خطوات حل متراجحة

1- تبسيط طرفي المتراجحة
2- المعالم في طرف و المجاهيل في طرف مع تغيير الاشارة عند تغيير الطرف
3- جمع الحدود المتشابهة
4- حل متراجحة بسيطة:

$$ax \leq b$$
$$ax \geq b$$
$$ax \prec b$$
$$ax \succ b$$

**ملاحظة مهمة جدا جدا جدا :**

اذا كان معامل x سالبا يتغير اتجاه المتباينة عند القسمة

## أمثلة تطبيقية

$$2(5x+3)-(x+1) \leq x-2$$
$$10x+6-x-1 \leq x-2$$
$$10x-x-x \leq -6-2$$
$$8x \leq -8$$
$$x \leq \frac{-8}{8}$$
$$x \leq -1$$

$$12x^2-5x+2 \geq 12x^2+17$$
$$12x^2-12x^2-5x \geq 17-2$$
$$-5x \geq 15$$
$$x \leq \frac{15}{-5}$$
$$x \leq -3$$

## التمثيل البياني لحلول المتراجحة

مثل بيانيا مجموعة حلول المتراجحت التالية

| | |
|---|---|
| $x<3$ | ⟶ |
| $x>2$ | ⟶ |
| $x\leq 4$ | ⟶ |
| $x\geq -5$ | ⟶ |
| $x>\frac{3}{2}$ | ⟶ |
| $x\leq -3$ | ⟶ |
| $x>-100$ | ⟶ |

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

| | الشكل العام لعبارة الدالة | حساب الصورة و العدد | | عبارة الدالة | |
|---|---|---|---|---|---|
| الدالة الخطية | الشكل العام<br>نسمي $f$ دالة خطية إذا كانت من الشكل $f(x)=ax$<br>أمثلة<br>$f(x)=6x$<br>$g(x)=-x$<br>$l(x)=\frac{9x}{5}$ | حساب **صورة** عدد بدالة نقوم بتعويض قيمة $x$ في عبارة الدالة :<br>$f(x)=8x$<br>صورة العدد 7 بالدالة $f$ هي :<br>$f(7)=8\times 7=56$ | حساب **العدد** الذي صورته بالدالة $f$ هي 24 يؤول إلى حل معادلة<br>$f(x)=24$<br>$8x=24$<br>$x=\frac{24}{8}=3$ | تعيين دالة خطية<br>❖ حسابيا<br>المعطيات: صورة و سابقة<br>لتعيين دالة حسابيا يجب حساب قيمة $a$ .<br>$a=\frac{\text{الصورة}}{\text{السابقة}}=\frac{f(x_1)}{x_1}$<br>مثال:<br>عين الدالة الخطية $f$ حيث<br>$f(7)=14$<br>الحل<br>$f$ دالة خطية معناه $f(x)=ax$<br>- حساب $a$<br>$a=\frac{f(x_1)}{x_1}=\frac{14}{7}=2$<br>إذن :<br>$f(x)=2x$ | عين عبارة الدالة الخطية التي تمثيلها البياني يشمل النقطة<br>$A(7;14)$ |
| الدالة التآلفية | الشكل العام<br>نسمي $f$ دالة تآلفية إذا كانت من الشكل<br>$f(x)=ax+b$<br>أمثلة<br>$f(x)=6x+2$<br>$g(x)=-x+8$<br>$h(x)=-7-2x$<br>$l(x)=\frac{9x+2}{3}$<br>$A(x)=\frac{7}{3}x+8$ | $f(x)=8x+2$<br>حساب صورة العدد 5 بالدالة $f$<br>$f(5)=8\times 5+2$<br>$f(5)=40+2$<br>$f(5)=42$ | حساب العدد الذي صورته بالدالة $f$ هي 18<br>$f(x)=18$<br>$8x+2=18$<br>$8x=18-2$<br>$8x=16$<br>$x=16\div 8=2$ | عين الدالة التآلفية $f$ حيث<br>$f(2)=5$ و $f(5)=11$<br>الحل<br>$f$ دالة تآلفية معناه $f(x)=ax+b$<br>- حساب $a$<br>$a=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{5-11}{2-5}=\frac{-6}{-3}=2$<br>- حساب $b$<br>لدينا $f(2)=5$ معناه $2a+b=5$<br>نعوض $a$ فنجد $2\times 2+b=5$<br>$4+b=5$<br>$b=5-4$<br>$b=1$<br>إذن :<br>$f(x)=2x+1$ | عين عبارة الدالة االتآلفية التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين<br>$A(5;11)$<br>$B(2;5)$ |

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

| | التمثيل البياني | نقطة تقاطع دالتين | نقطة تنتمي إلى التمثيل البياني لدالة |
|---|---|---|---|
| الدالة الخطية | التمثيل البياني لدالة خطية هو خط مستقيم يشمل المبدأ<br>**الدالة الخطية**<br>$f(x)=2x$<br>لتمثيل هذه الدالة نستعين بالجدول التالي<br>x 0 3<br>y 0 6<br>معناه<br>$A(0;0)$ $B(3;6)$ | لتحديد إحداثيات نقطة تقاطع دالتين $f(x)$ و $g(x)$ نقوم بحل المعادلة $g(x)=f(x)$ و بعد ايجاد قيمة $x$ نقوم بتعويضها في إحدى الدالتين فنجد $y$<br>مثال :<br>أوجد نقطة تقاطع الدالتين :<br>$f(x)=3x$<br>$g(x)=x+2$<br>**الحل :**<br>$f(x)=g(x)$<br>$3x=x+2$<br>$3x-x=2$<br>$2x=2$<br>$x=\frac{2}{2}$<br>$x=1$<br>**بالتعويض في إحدى الدالتين نجد**<br>$f(1)=3\times1=3$ | هل النقطة $A(4;11)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة $f(x)=2x+3$<br>نقوم بتعويض العدد 4 في الدالة اذا وجدنا النتيجة 11 فان A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة و إذا وجدنا عدد لا يساوي 11 فإن A لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة :<br>الحل :<br>$f(4)=2\times4+3=11$<br>و منه فإن A تنتمي للتمثيل البياني للتمثيل البياني للدالة . |
| الدالة التآلفية | **التمثيل البياني**<br>**الدالة التآلفية**<br>$f(x)=x+3$<br>لتمثيل هذه الدالة نستعين بالجدول التالي<br>x 0 3<br>y 3 6<br>معناه<br>$A(0;3)$ $B(3;6)$<br>التمثيل البياني لدالة تآلفية هو خط مستقيم لا يشمل المبدأ | **النقاط على إستقامة واحدة**<br>هل النقاط على إستقامة واحدة :<br>$A(5;11)$ $B(2;5)$ $C(1;3)$<br>نقوم بإختيار نقطتين و نستخرج عبارة الدالة التآلفية التي تشمل النقطتين ثم نعوض النقطة الأخيرة في العبارة المستخرجة إذا كانت تنتمي إلى المستقيم فإن النقاط على إستقامة واحدة :<br>الحل:<br>عبارة الدالة من النقطتين A و B هي $f(x)=2x+1$<br>( تم إستخراجها سابقا )<br>بتعويض النقطة C في الدالة نجد<br>$f(1)=2\times1+1=3$<br>و منه النقاط A و B و C على إستقامة واحدة |

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# الدوران و المضلعات المنتظمة

## الدوران

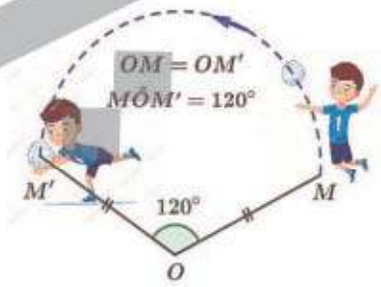
### مفاهيم تجريبية للدوران

إذا قمنا بدوران حول نقطة O بزاوية قيسها $\alpha$ .

فإن الشكل 1 يتوقع على الشكل 2 .

نقول أن الشكل 1 هو صورة الشكل 2 بالدوران الذي مركزه O

و الزاوية التي قيسها $\alpha$ في إتجاه المختار .




### خواص الدوران

الدوران يحفظ

الأطوال ، الإستقامية ، الزوايا و المساحات

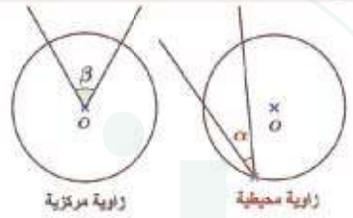
ملاحظة: هذا الجزء الخاص بالدوران ليس من أعمال الأستاذ دقيش

## الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية

### الزاوية المحيطة و الزاوية المركزية

1) الزاوية المحيطية في دائرة : هي الزاوية المشكلة من وترين للدائرة يلتقيان في نقطة منها .

2) الزاوية المركزية في دائرة : هي الزاوية التي رأسها هو مركز هذه الدائرة .

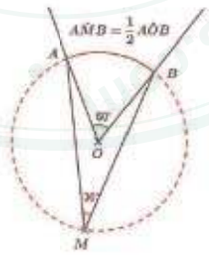



### خاصة قيس الزاوية المحيطة

قيس الزاوية المحيطة في دائرة يساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس

نقول أن الزاوية $A\hat{O}B$ هي الزاوية المركزية المشتركة مع الزاوية المحيطة $A\hat{M}B$ يعني أنهما يحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

$$A\hat{M}B = \frac{1}{2}A\hat{O}B$$

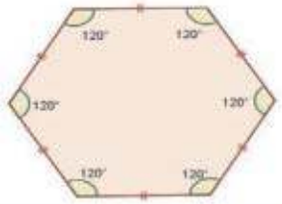



**الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقايستان**

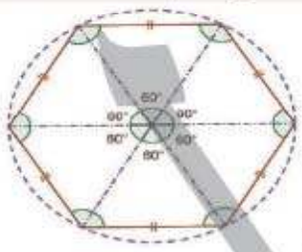
## المضلعات المنتظمة

### المضلعات المنتظمة

المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متقايسة و زاوياه لها نفس القيس .




توجد دائرة مارة على جميع رؤوس المضلع المنتظم نقول أن هذه : الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم و مركزها هو مركز المضلع المنتظم




حساب قيس الزاوية $A\hat{O}B$ لمضلع منتظم مركزه O . A . B

رأسان متتاليان للمضلع و عدد أضلاعه $n$

نقسم الزاوية $360°$ على $n$ بمعنى : $A\hat{O}B = \frac{360°}{n}$

حساب قيس الزاوية $A\hat{B}C$ لمضلع منتظم مركزه A . B . C

هو دوما للمضلع

1) نعين الزاوية المركزية $A\hat{O}C$ التي ترسم نفس القوس التي ترسمه الزاوية المحيطية $A\hat{B}C$

2) نستعمل خاصية قيس الزاوية المحيطية $A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# جملة معادلتين

## طريقة الحل بالتعويض

تعتمد إستخراج قيمة أحد المجهولين من إحدى المعادلات و تعويضه في المعادلة الأخرى

- حل الجملة التالية

$$\begin{cases} x-3y=-8 \ldots (1) \\ 2x+y=5 \ldots (2) \end{cases}$$

من المعادلة ( 1 ) نجد:

$$x=3y-8$$

بالتعويض في المعادلة ( 2 ) نجد

$$2(3y-8)+y=5$$
$$6y-16+y=5$$
$$7y=5+16$$
$$7y=21$$
$$y=\frac{21}{7}=3$$

بالتعويض في المعادلة ( 3 ) نجد

$$x=3\times 3-8=1$$

الثنائية $(1;3)$ حل لجملة المعادلتين

## طريقة الحل بالجمع و التعويض

تعتمد على جعل معاملي أحد المجهولين متعاكسين ثم جمع المعادلتين من أجل التخلص من ذلك المجهول و حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

$$\begin{cases} x-3y=-8 \ldots (1) \\ 2x+y=5 \ldots (2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في العدد $-2$ نجد

$$-2x+6y=16$$
$$2x+y=5$$

بالجمع نجد:

$$7y=21$$
$$y=\frac{21}{7}$$
$$y=3$$

بالتعويض في المعادلة 1 نجد:

$$x-3\times 3=-8$$
$$x=9-8=1$$

الثنائية $(1;3)$ حل لجملة المعادلتين

## ترييض مسألة بإستخدام جملة معادلتين

يعرض عمي موسى على الشاطئ كراسي و شمسيات للكراء في كل يوم.

طلبت عائلة صيام أربع كراسي و شمسيتين فدفعت مبلغ 840DA بينما عائلة رمضان طلبت 3 شمسيات و 5 كراسي فدفعت 1140DA.

نريد معرفة ثمن كراء الكرسي الواحد و الشمسية الواحدة في اليوم.

الحل:

نفرض x ثمن الكرسي الواحد و y ثمن الشمسية الواحدة

ومنه: $\begin{cases} 4x+2y=840 \\ 5x+3y=1140 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في (-3) نجد: $\begin{cases} -12x-6y=-2520 \\ 10x+6y=2280 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد: $-2x=-240$

و منه: $x=120$

بتعويض قيمة x في المعادلة الأولى نجد:

$$4\times 120+2y=840$$
$$2y=840-480$$
$$2y=360$$
$$y=180$$

إذن ثمن الكرسي الواحد هو 120 دج و ثمن الشمسية الواحدة هو ( )

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# ملخص الأشعة و الانسحاب

## إثبات أن رباعي متوازي أضلاع

### بالإنسحاب ( الصورة )

**تمرين:**

ABC مثلث كيفي أنشئ D صور B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

بما أن D صور B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$ فإن الرباعي متوازي أضلاع

### تساوي شعاعين

**تمرين:**

ABC مثلث عين D بحيث $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

بما أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ فإن الرباعي $ADCB$ متوازي أضلاع

### علاقة متوازي الأضلاع

**تمرين:**

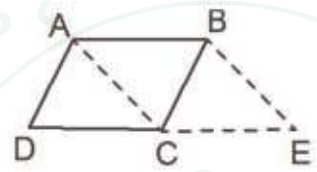
E. F. G ثلاث نقط ليست على إستقامة واحدة

- أنشئ M بحيث $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FM}$

بما أن $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FM}$ فإن $FEMG$ *متوازي أضلاع*

## إثبات أن نقطة منتصف قطعة

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ فإن M منتصف $[AB]$




- بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ لان $ABCD$ م-أ
- و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ لان $ABEC$ م-أ
- فإن $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$
- و منه C منتصف $[DE]$

### علاقة شال

مهما تكن النقاط A-B-C فإن

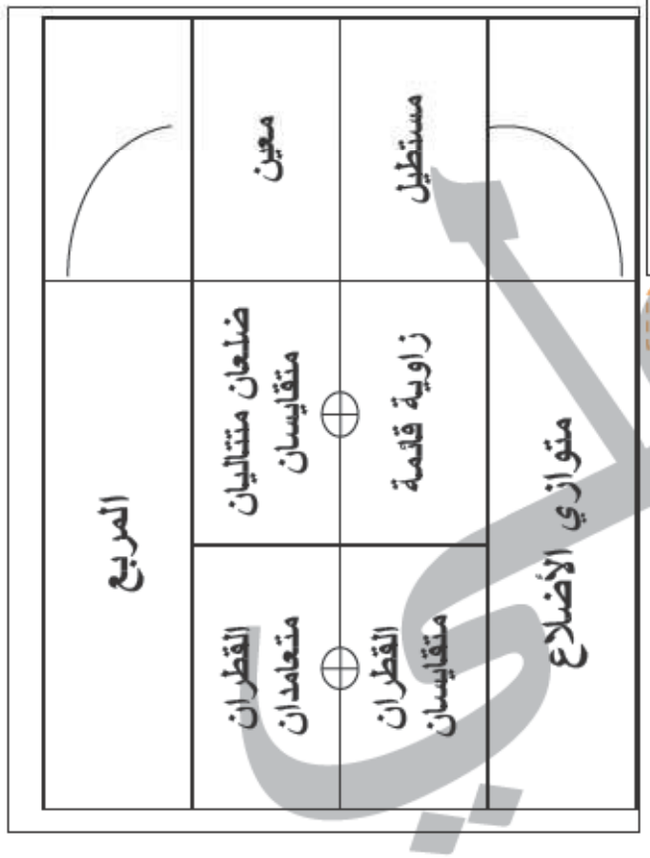
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

ملاحظة : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

و نقول أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ شعاعان متعاكسان و نكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

## اثبات أن الرباعي : مستطيل , معين , مربع

لإثبات أن الرباعي مستطيل أو معين أو مربع أولا نثبت أنه متوازي الأضلاع بإحدى الخواص السابقة ثم نضيف خواص أخرى




فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

# المعالم

## حساب مركبات شعاع و تساوي شعاعين

$A(x_A ; y_A)$ و $B(x_B ; y_B)$

فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$A(-3;4)$ و $B(5;3)$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5-(-3) \\ 3-4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

### تساوي شعاعين:

$\vec{U}(x;y)$ $\vec{V}(x';y')$

$\vec{U}=\vec{V} \rightarrow$

$x = x'$

$y = y'$

### إستعمال مركبات شعاع و تساوي شعاعين :

1- إثبات أن الرباعي متوازي الأضلاع و ذلك بحساب مركبتي شعاعين

2- حساب إحداثات نقطة حتى يكون الرباعي متوازي الأضلاع

**مثال:**

$C(1;-3)$ ، $B(2;4)$ ، $A(1;2)$

$C'$ صورة C بالانسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

أوجد حسابيا احداثيا النقطة $C'$

حل: لدينا $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$

أي : $\overrightarrow{CC'}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+3 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$x - 1 = 1$

$y + 3 = 2$

نجد إحداثيا النقطة : $C'(2;-1)$

## المسافة بين نقطتين

$A(x_A ; y_A)$ و $B(x_B ; y_B)$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

**مثال:**

احسب AB ، $A(-1;2)$ و $B(-3;5)$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-3+1)^2 + (5-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2}$$

$$AB = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

- حساب طول قطعة.
- اثبات ان المثلث قائم (فيتاغورث العكسية).
- إثبات ان المثلث متساوي الساقين أو متقايس الأضلاع.
- حساب نصف قطر دائرة محيطة بالمثلث.
- حساب طول المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم.
- إثبات أن نقاط تنتمي إلى نفس الدائرة .
- إثبات أن نقطة تنتمي إلى المحور.

## منتصف قطعة

M منتصف القطعة [AB]

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال : لدينا $A(-3;4)$ و $B(5;3)$

أحسب احداثيا M منتصف [AB]

بما أن M منتصف [AB] ، فإن :

| | |
|---|---|
| $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ | $= \frac{(-3)+5}{2} = 1$ |
| $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$ | $= \frac{4+3}{2} = 3,5$ |

إذا إحداثيا النقطة M هما : $(1 ; 3,5)$

- حساب إحداثيات مركز تناظر الرباعي و هي نقطة تقاطع قطريه أي حساب إحداثيات منتصف أحد أقطاره
- حساب إحداثيات مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم حيث مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هي منتصف وتره

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً