najah213.com · نجاح 213

ثانوية: المجاهد صديقي نوري
المستوى: 2 ثانوي شعبة رياضيات
يوم: 29 نوفمبر 2021

اختبار الفصل الأول

تنبيه: الكتابة باللون الأزرق أو الأسود فقط

الموسم الدراسي: 2021 / 2022
الأستاذ: قويسم براهيم الخليل
المدة: ساعتان

◆ التمرين 01: [03 نقاط]

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = x - m + 1 \\ g(x) = mx + 1 \end{cases}$$

[03 ن] • جد جميع القيم الممكنة للعدد الحقيقي m والتي تحقق: $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$

◆ التمرين 02: [07 نقاط]

P كثير حدود حيث: $P(x) = -x^4 + x^3 + 5x^2 - 3x - 6$

[03 ن] ❶ احسب $P(2)$ و $P(-1)$، ثم حلل $P(x)$.

[02 ن] ❷ ادرس إشارة $P(x)$، ثم استنتج على $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$

[01 ن] ❸ حل في $\mathbb{R}_+$ المتراجحة: $x^2 - x\sqrt{x} - 5x + 3\sqrt{x} + 6 \geq 0$

[01 ن] ❹ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $|x-1|^3 + 5(x-1)^2 = (x-1)^4 + 3|x-1| + 6$

◆ التمرين 03: [10 نقاط]

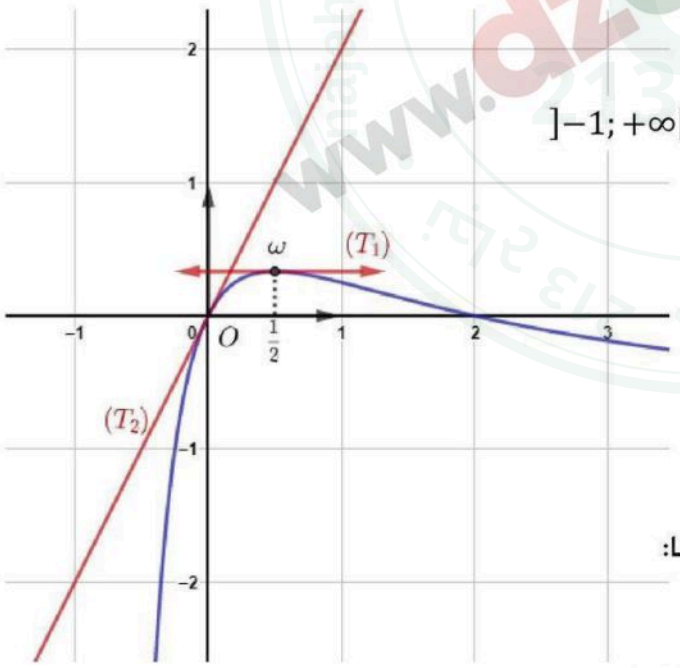
الدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $]-1; +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{(x+1)^2}$$

و(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$

(T_1) و (T_2) مماسين للمنحنى (C_f) في النقطتين O و ω ذات الفاصلتين 0 و $\frac{1}{2}$ على الترتيب

كما هو مبين في الشكل المقابل:



I) بقراءة بيانية، أجب على ما يلي:

[0.5 ن] ❶ عيّن حلول المعادلة $f(x) = 0$ في المجال $]-1; +\infty[$

[0.5 ن] ❷ شكّل جدول إشارة الدالة f

[01 ن] ❸ شكّل جدول إشارة الدالة المشتقة f'

[01 ن] ❹ شكّل جدول تغيرات الدالة f

[02 ن] ❺ عيّن: $f(0)$، $f(2)$، $f'\left(\frac{1}{2}\right)$، $f'(0)$

[1.5 ن] ❻ استنتج الأعداد الحقيقية a، b و c

II) نضع: $f(x) = \frac{-x^2+2x}{(x+1)^2}$

[01 ن] ❶ بيّن أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ لدينا:

$$f'(x) = \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$$

[01 ن] ❷ ادرس تغيرات الدالة f، ثم شكّل جدول تغيراتها

III) لتكن الدالة g المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ $g(x) = [f(x)]^2$

[0.5 ن] ❶ احسب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$

[01 ن] ❷ استنتج إشارة $g'(x)$ ثم شكّل جدول تغيراتها

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية: المجاهد صديقي نوري
المستوى: 2 ثانوي شعبة رياضيات

تصحيح اختبار الفصل الأول

الموسم الدراسي: 2021 / 2022
الأستاذ: قويسم براهيم الخليل

◆ تصحيح التمرين 01: [03 نقاط]

• ايجاد جميع القيم الممكنة للعدد الحقيقي m والتي تحقق: $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$:

لدينا:

$$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$$
$$\Rightarrow mx + 1 - m + 1 = m(x - m + 1) + 1$$
$$\Rightarrow mx - m + 2 = mx - m^2 + m + 1$$
$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0$$
$$\Rightarrow (m-1)^2 = 0$$
$$\Rightarrow m = 1$$

ومنه: القيم الممكنة للعدد الحقيقي m التي تحقق: $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ هي: $s = \{1\}$

◆ تصحيح التمرين 02: [07 نقاط]

❶ حساب $P(2)$ و $P(-1)$

$$P(-1) = -(-1)^4 + (-1)^3 + 5(-1)^2 - 3(-1) - 6 = 0$$
$$P(2) = -(2)^4 + (2)^3 + 5(2)^2 - 3(2) - 6 = 0$$

- تحليل $P(x)$:

$$P(x) = (x-2)(x+1)(ax^2 + bx + c)$$
$$= (x^2 - x - 2)(ax^2 + bx + c)$$
$$= ax^4 + bx^3 + cx^2 - ax^3 - bx^2 - cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$$
$$= ax^4 + (b-a)x^3 + (c - 2a - b)x^2 + (-c - 2b)x - 2c$$

بعد المطابقة والتبسيط نجد: $\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$

أي: $P(x) = (x-2)(x+1)(-x^2+3)$

نحل المعادلة $-x^2 + 3 = 0$:

لدينا: $-x^2 = -3$

معناه: $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$

إذن: $P(x) = (x-2)(x+1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

❷ دراسة إشارة $P(x)$:

نضع: $\begin{cases} -x^2 + 3 = 0 \ldots (*) \\ (x-2)(x+1) \ldots (**) \end{cases}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		$\sqrt{3}$		2		$+\infty$
$*$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$**$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

- استنتج حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$:

من جدول الإشارة نجد حلول التراجحة $P(x) \geq 0$ هي:

$$s = [-\sqrt{3}; -1] \cup [\sqrt{3}; 2]$$

❸ حل في $\mathbb{R}_+$ المتراجحة:

$$x^2 - x\sqrt{x} - 5x + 3\sqrt{x} + 6 \geq 0$$

المعادلة: $x^2 - x\sqrt{x} - 5x + 3\sqrt{x} + 6 \geq 0$

تكافئ: $-x^2 + x\sqrt{x} + 5x - 3\sqrt{x} - 6 \leq 0$

نضع: $\sqrt{x} = t$ أي: $x = t^2$

نجد: $-(t^2)^2 + t^2 t + 5t^2 - 3t - 6 \leq 0$

أي: $-t^4 + t^3 + 5t^2 - 3t - 6 \leq 0$

أي: $P(t) \leq 0$

ومنه: $t \in]0; \sqrt{3}] \cup [2; +\infty[$

إذن: $x \in]0; 3] \cup [4; +\infty[$

❹ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة:

نضع: $t = x - 1$ أي: $x = t + 1$

نجد $|t|^3 + 5t^2 = t^4 + 3|t| + 6$

المعادلة: $|t|^3 + 5t^2 = t^4 + 3|t| + 6$

تكافئ: $\begin{cases} t^3 + 5t^2 = t^4 + 3t + 6 \ ; \ t \geq 0 \\ -t^3 + 5t^2 = t^4 - 3t + 6 \ ; \ t \leq 0 \end{cases}$

أي: $\begin{cases} -t^4 + t^3 + 5t^2 - 3t - 6 = 0 \ ; \ t \geq 0 \\ -t^4 - t^3 + 5t^2 + 3t - 6 = 0 \ ; \ t \leq 0 \end{cases}$

أي:

$$\begin{cases} -t^4 + t^3 + 5t^2 - 3t - 6 = 0 \ ; \ t \geq 0 \\ -(-t)^4 + (-t)^3 + 5(-t)^2 - 3(-t) - 6 = 0 \ ; \ t \leq 0 \end{cases}$$

أي: $\begin{cases} P(t) = 0 \ ; \ t \geq 0 \\ P(-t) = 0 \ ; \ t \leq 0 \end{cases}$

إذن: $t \in [-2; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; 2]$

وعليه: $x \in [-1; -\sqrt{3} + 1] \cup [\sqrt{3} + 1; 3]$

◆ تصحيح التمرين 03: [10 نقاط]

I)

❶ تعيين حلول المعادلة $f(x) = 0$ في المجال $]-1; +\infty[$:

$$s = \{0; 2\}$$

❷ تشكيل جدول إشارة الدالة f:

x	-1		0		2		$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		

❸ تشكيل جدول إشارة الدالة المشتقة f'

x	-1		0		$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$		

❹ تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

x	-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		↗	$f\left(\frac{1}{2}\right)$	↘	

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❺ تعيين: $f(0)$، $f(2)$، $f'\left(\frac{1}{2}\right)$، $f'(0)$:

$$f(0) = 0$$
$$f(2) = 0$$
$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$
$$f'(0) = \frac{2-(-2)}{1-(-1)} = 2$$

❻ استنتاج الأعداد الحقيقية a، b و c:

لدينا:

$$f(0) = 0 \Rightarrow \frac{a(0)^2 + b(0) + c}{(0+1)^2} = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{c = 0}$$

ولدينا:

$$f(2) = 0 \Rightarrow \frac{a(2)^2 + 2b + c}{(2+1)^2} = 0$$
$$\Rightarrow 4a + 2b + c = 0$$
$$\Rightarrow 4a + 2b = 0$$
$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}b \ldots (*)$$

ولدينا:

$$f'(x) = \frac{(2ax+b)(x+1)^2 - 2(x+1)(ax^2+bx)}{(x+1)^4}$$

ومنه:

$$f'(0) = 2 \Rightarrow \frac{(b)(1)^2}{(1)^4} = 2$$
$$\Rightarrow \boxed{b = 2}$$

نعوض قيمة b في $(*)$ نجد: $\boxed{a = -1}$

إذن:

$$\boxed{f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{(x+1)^2}}$$

II)

❶ تبيين أنه: $f'(x) = \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$:

$$f'(x) = \frac{(-2x+2)(x+1)^2 - 2(x+1)(-x^2+2x)}{(x+1)^4}$$
$$= \frac{(-2x+2)(x+1) - 2(-x^2+2x)}{(x+1)^3}$$
$$= \frac{-2x^2 + 2x - 2x + 2 + 2x^2 - 4x}{(x+1)^3}$$
$$= \frac{2-4x}{(x+1)^3}$$
$$= \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$$

❷ دراسة تغيرات الدالة f:

لدينا: $(x+1)^3 > 0$ لما $x \in]-1; +\infty[$

ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $(1-2x)$

$$1 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

- جدول تغيرات الدالة f:

x	-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	

III)

❶ حساب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$:

$$g'(x) = 2f(x)f'(x)$$

❷ استنتاج إشارة $g'(x)$ وتشكيل جدول تغيراتها:

x	-1		0		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f(x)$	$-$	$\|$	0	$+$	$+$	$\|$	0	$-$	
$f'(x)$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	0	$-$		$-$	
$g'(x)$	$-$	$\|$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\searrow$		0	$\nearrow$	$g\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com