najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية زاغز جلول بالإدريسية

مديرية التربيـة لولاية الجلفة
المستوى : ثالثة ثانوي علوم تجريبية

يوم : 2020/03/03 | الإمتحان الثاني في مادة : الرياضيات | المدة : 4 ساعات

التمريـن الأول

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، كلّ الكرات متماثلة ولا نفرّق بينها عند اللّمس .

1 - نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا وفي آن واحد .

♣ احسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية :

- A : " الكرات المسحوبة كلّها حمراء " .
- B : " توجد كرة واحدة حمراء في السحب " .
- C : " توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب " .
- D : " الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة " .

2 - ننزع من الكيس الكرات البيضاء ونضع مكانها n كرة سوداء حيث $n \in \mathbb{N}$ مع $n \succeq 2$ ثمّ نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع .

♣ نفرض أنّ سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة ، وسحب كرة سوداء يساوي ($+5$) نقطة .

نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق كل سحب كرتين مجموع النقط المحصّل عليها .

أ - عيّن قانون الاحتمال لهذا المتغيّر العشوائي X والأمل الرياضياتي $E(X)$.

ب - عيّن قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة .

ج - كيف نختار عدد الكرات السّوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟

التمريـن الثاني

نعتبر الدّالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{3x}{x+1}$

ونسمّي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ (الوثيقة المرفقة) .

(I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{u_n + 1} \end{cases}$$

1 - على الوثيقة المرفقة مثّل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) (دون حسابها وموضّحا خطوط الإنشاء) .

2 - ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها .

2 - برهن بالتراجع أنّه من كل عدد طبيعي n : $u_n \prec 2$.

3 - أثبت أنّ المتتالية (u_n) متزايدة ثمّ استنتج أنّها متقاربة . عيّن نهايتها .

(II) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 1 - \dfrac{2}{u_n}$.

1 - برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يّطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

2 - اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n . تحقق من نهاية المتتالية (u_n) .

(III) اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = \frac{u_0}{u_0 - 2} + \frac{u_1}{u_1 - 2} + \frac{u_2}{u_2 - 2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{u_n}{u_n - 2}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

يوم : 2020/03/03 | الإمتحان الثاني في مادة : الرياضيات | المستوى : ثالثة ثانوي علوم تجريبية

التمريـن الثالث

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$.

(II) المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$.

نعتبر النّقط A ، B ، C و D ذات اللّواحق $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$ على الترتيب

1 - أ - بيّن أنّ النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدّائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللّاحقة $z_\Omega=3$.

ب - بيّن أنّ : $z_A=\left(\frac{z_C-1}{4}\right)^{1963}+\left(\frac{z_D-1}{4}\right)^{1906}$.

2 - لتكن النّقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O .

أ - عيّن عمدة وطويلة العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}$ ثمّ استنتج طبيعة المثلث BEC .

ب - استنتج طبيعة التحويل T الذي مركزه النقطة B ويحوّل E إلى C ثمّ اكتب الصيغة المركبة له .

(III) 1 - عيّن طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللّاحقة z التي تحقق : $|iz-3i|=|-3+i\sqrt{3}|$.

2 - عيّن طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللّاحقة غير المعدومة z التي تحقق : $\arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right)=2k\pi$ حيث : $k\in\mathbb{Z}$

التمريـن الرابع

(I) نعتبر الدّالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=1+x^2+\ln x$.

1 - ادرس تغيّرات الدّالة g .

2 - بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدًا α حيث : $0.32\prec\alpha\prec 0.33$.

3 - استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

(II) نعتبر الدّالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=-x+\frac{2+\ln x}{x}$

ونسمّي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

1 - احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2 - بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

3 - بيّن أنّ : $f(\alpha)=2\left(\frac{1}{2\alpha}-\alpha\right)$ ثمّ عيّن حصرًا للعدد $f(\alpha)$.

4 - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ واستنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته .

- ادرس الوضع النّسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

5 - أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة يُطلب تعيينها . اكتب معادلة المماس (T) .

6 - أنشئ المستقيم (Δ) ، المماس (T) والمنحنى (C_f) علما أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_0 و x_1 حيث : $0.2\prec x_0\prec 0.1$ و $1.6\prec x_1\prec 1.5$.

بالتوفيق والنّجاح إن شاء الله في شهادة البكالوريا

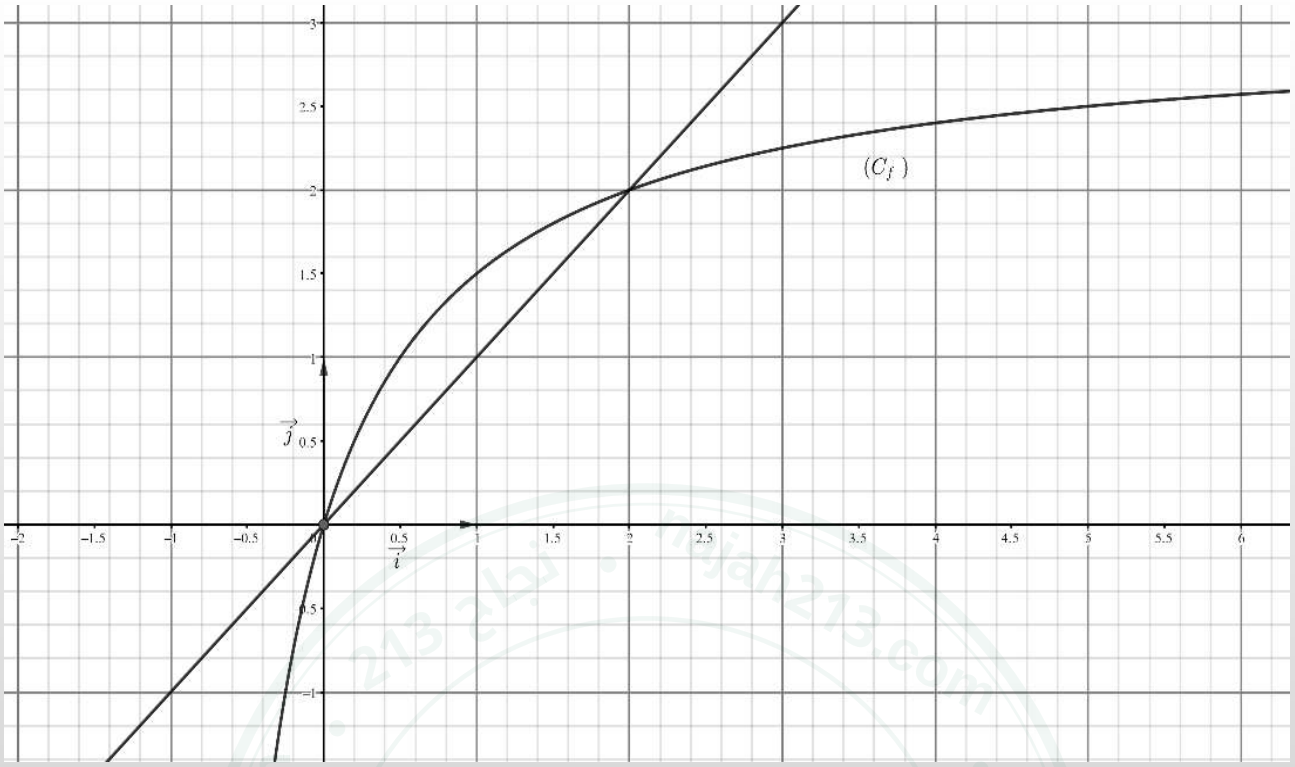
أعظم هندسة في العالم :

بناء جسرٍ من الأمل ... على نهرٍ من اليأس !!

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الإســـم واللقـب : ..... القســم : .....

الوثيقة المرفقة

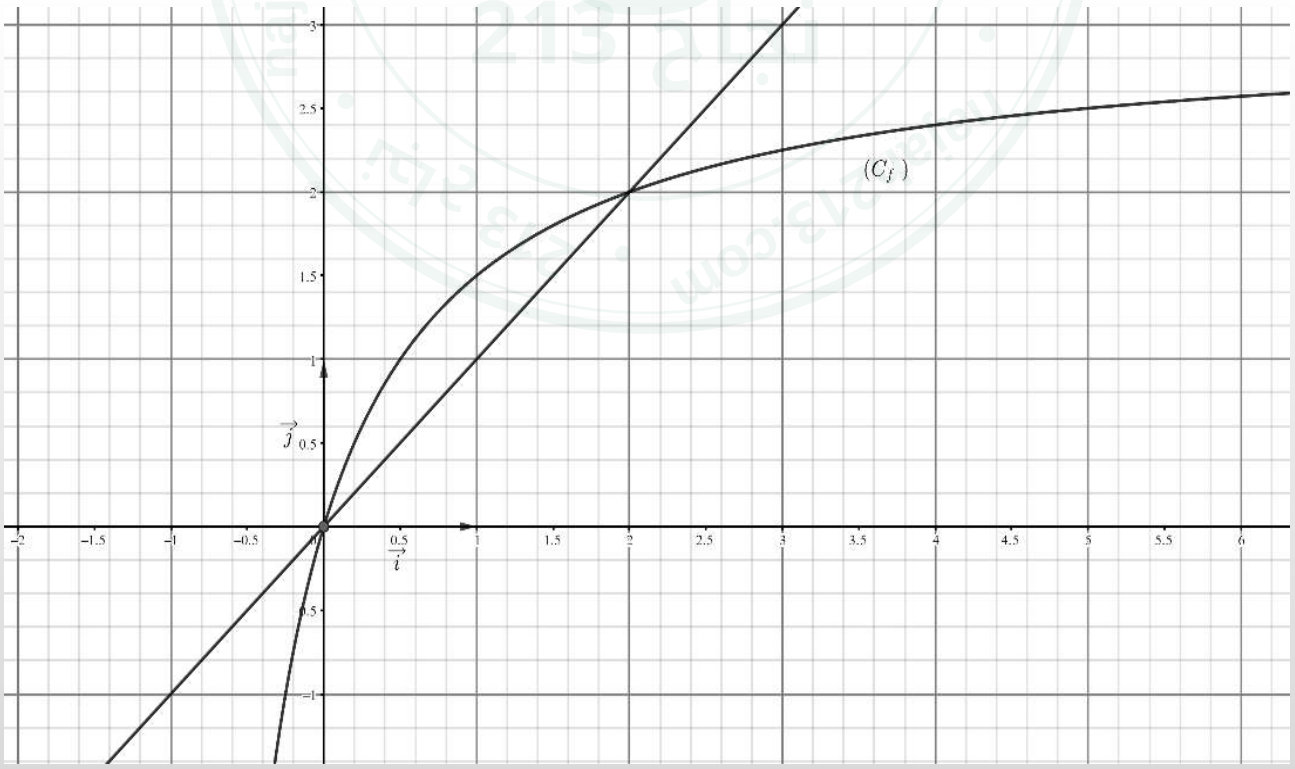


يُنجز العمل المطلوب على الوثيقة المرفقة وتُعاد مع ورقة الإجابة

.....

الإســـم واللقـب : ..... القســم : .....

الوثيقة المرفقة



يُنجز العمل المطلوب على الوثيقة المرفقة وتُعاد مع ورقة الإجابة

أستاذ المادة : علي عبّاسي

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية زاغز جلول بالإدريسية

مديرية التربيـة لولاية الجلفة
المستوى : ثالثة ثانوي علوم تجريبية

يوم : 2020/03/03 — التصحيح المفصل للامتحان الثاني في مادة : الرياضيات — المدة : 4 ساعات

التمريـن الأول

1 - ♣ حساب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية :

$$P(A)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\frac{10}{56}\text{ ، }P(B)=\frac{C_5^1\cdot C_3^2}{C_8^3}=\frac{15}{56}\text{ ، }P(C)=\frac{C_3^1\cdot C_5^2+C_3^2\cdot C_5^1+C_3^3}{C_8^3}=\frac{46}{56}$$
$$P(D)=\frac{C_3^1\cdot C_5^2+C_3^2\cdot C_5^1}{C_8^3}=\frac{45}{56}\text{ و }.$$

2 - أ - تعيين قانون الاحتمال لهذا المتغيّر العشوائي X والأمل الرياضياتي $E(X)$:

لنعيّن قيم المتغير العشوائي والتي تحقّق : $x_i\in\{-20;-5;10\}$ مع $i\in\{1;2;3\}$.

لدينا :

$$A_{n+5}^2=\frac{(n+5)!}{(n+5-2)!}=\frac{(n+5)!}{(n+3)!}=\frac{(n+5)(n+4)(n+3)!}{(n+3)!}=(n+5)(n+4)=n^2+9n+20$$

وعليه :

$$P(X=-20)=\frac{A_5^2}{A_{n+5}^2}=\frac{20}{n^2+9n+20}\text{ ، }P(X=-5)=\frac{2A_5^1\cdot A_n^1}{A_{n+5}^2}=\frac{10n}{n^2+9n+20}$$
$$P(X=10)=\frac{A_n^2}{A_{n+5}^2}=\frac{n(n-1)}{n^2+9n+20}\text{ و }$$

لنلخّص ذلك في الجدول التالي :

x_i	-20	-5	10
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{n^2+9n+20}$	$\frac{10n}{n^2+9n+20}$	$\frac{n^2-n}{n^2+9n+20}$

تعيين الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=-20\left(\frac{20}{n^2+9n+20}\right)-5\left(\frac{10n}{n^2+9n+20}\right)+10\left(\frac{n^2-n}{n^2+9n+20}\right)=\frac{10n^2-60n-400}{n^2+9n+20}$$

ب - تعيين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة : حتى تكون اللعبة عادلة يكون $E(X)=0$

$E(X)=0$ معناه : $\frac{10n^2-60n-400}{n^2+9n+20}=0$ أي : $10n^2-60n-400=0$ معناه $n=10$.

ج - تبيين كيف نختار عدد الكرات السّوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟ : لدينا : $E(X)=\frac{10(n+4)(n-10)}{n^2+9n+20}$.

حتى تكون اللعبة مربحة يكون : $E(X)\succ 0$ أي $(n-10)\succ 0$ أي $n\succ 10$ لأنّ $\frac{10(n+4)}{n^2+9n+20}\succ 0$.

ومنه حتى تكون اللعبة مربحة نأخذ الكرات السوداء أكبر تماما من 10 كرات .

التمريـن الثاني

لدينا :

$$u_{n+1}=\frac{3u_n}{u_n+1}=\frac{3u_n+3-3}{u_n+1}=\frac{3u_n+3}{u_n+1}-\frac{3}{u_n+1}=3\left(\frac{u_n+1}{u_n+1}\right)-\frac{3}{u_n+1}=3-\frac{3}{u_n+1}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

(I) 1 - التمثيل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) (الوثيقة المرفقة) .

2 - وضع التخمين حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها :

من خلال البيان نلاحظ أنّ حدود المتتالية (u_n) تتزايد وبالتالي نُخمّن أنّها متزايدة كلا نلاحظ أنّها تتقارب نحو نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع المنصف الأول وعليه نُخمّن أنّها متقاربة نحو النقطة ذات الفاصلة 2 .

3 - البرهان بالتراجع أنّه من كل عدد طبيعي n : $u_n \prec 2$:

- من أجل $n=0$ لدينا $u_0=1$ ونعلم أنّ $1 \prec 2$ ومنه $u_0 \prec 2$ وبالتالي الخاصية " $u_n \prec 2$ " محققة من أجل $n=0$.

- نفرض أنّ $u_n \prec 2$ ونبرهن أنّ $u_{n+1} \prec 2$.

لدينا من الفرض $u_n \prec 2$ بإضافة العدد 1 نجد : $u_n+1 \prec 3$ بوضع مقلوب الطرفين نجد : $\frac{1}{u_n+1} \succ \frac{1}{3}$ بضرب الطرفين في العدد -3 نجد : $-\frac{3}{u_n+1} \prec -1$ بإضافة العدد 3 نحصل على : $u_{n+1} \prec 2$.

ومنه من أجل كل n عدد طبيعي فإنّ : $u_n \prec 2$.

ملاحظة مهمّة : هنا يمكنك استعمال الدالة المرفقة للانتقال من u_n إلى u_{n+1} وهو الأفضل .

3 - اثبات أنّ المتتالية (u_n) متزايدة ثمّ استنتاج أنّها متقاربة . تعيين نهايتها :

لدينا : $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n$. نلاحظ من خلال البيان أنّه من كل x من المجال $]0;2[$ المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم ذو المعادلة $y=x$

ومنه من أجل كل x من المجال $]0;2[$ فإنّ : $f(x)-x \succ 0$.

بما أنّ $0 \preceq u_n \prec 2$ (واضح أنّ $0 \preceq u_n$) فإنّ : $f(u_n)-u_n \succeq 0$ وعليه $u_{n+1}-u_n \succeq 0$ وبالتالي المتتالية (u_n) متزايدة .

بما أنّ المتتالية (u_n) ومتزايدة و $u_n \prec 2$ أي محدودة من الأعلى بالعدد 2 فإنّ المتتالية (u_n) متقاربة نحو 2 .

تعيين النهاية :

بما أنّ المتتالية (u_n) متقاربة فإنّ : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=l$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1}=l$ مع l عدد حقيقي .

لإيجاد l نضع $l=f(l)$ معناه $l=\frac{3l}{l+1}$ أي $l^2+l=3l$ إذن $l^2-2l=0$ وعليه $l(l-2)=0$ هذا معناه : $l=2$ أو $l=0$ وبما أنّ $u_0=1$ والمتتالية (u_n) متزايدة فإنّ : $l=2$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$.

(II) 1 - البرهان أنّ المتتالية (v_n) هندسية مع تعيين أساسها وحدّها الأول :

$$v_{n+1}=1-\frac{2}{u_{n+1}}=1-\frac{2}{\frac{3u_n}{u_n+1}}=1-\frac{2(u_n+1)}{3u_n}=\frac{3u_n-2u_n-2}{3u_n}=\frac{u_n-2}{3u_n}=\frac{1}{3}\left(\frac{u_n-2}{u_n}\right)=\frac{1}{3}v_n$$

ومنه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ وحدها الأول $v_0=1-\frac{2}{u_0}=1-\frac{2}{1}=-1$.

2 - كتابة عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتاج عبارة u_n بدلالة n :

لدينا : $v_n=v_0q^n$ ومنه $v_n=-\left(\frac{1}{3}\right)^n$ وكذلك $v_n=1-\frac{2}{u_n}$ ومنه $u_n=\frac{2}{1-v_n}$ ومنه $u_n=\frac{2}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^n}$. -

التحقق من نهاية المتتالية (u_n) :

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^n}=2$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$ ($-1 \prec \frac{1}{3} \prec 1$) .

(III) كتابة بدلالة n المجموع S_n :

لدينا : $\frac{1}{-\frac{1}{(3)^n}}=-(3)^n=\frac{1}{-\left(\frac{1}{3}\right)^n}=\frac{1}{v_n}=\frac{1}{1-\frac{2}{u_n}}=\frac{1}{\frac{u_n}{u_n}-\frac{2}{u_n}}=\frac{1}{\frac{u_n-2}{u_n}}=\frac{u_n}{u_n-2}$ وبالتالي :

$$S_n=-(3)^0-(3)^1-(3)^2-.....-(3)^n=-\left(3^0+3^1+3^2+.....+3^n\right)=-\left(\frac{1-(3)^{n+1}}{1-3}\right)=\frac{1-(3)^{n+1}}{2}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمريـن الثالث

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$:

لدينا $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$ معناه : $(z^2+3)=0$ أو $(z^2-6z+21)=0$

لنبدأ بالمعادلة الأولى $(z^2+3)=0$ معناه $z^2=-3$ أي $z^2=3i^2$ وعليه $z=i\sqrt{3}$ $z=-i\sqrt{3}$.

الآن نمر إلى المعادلة الثانية $(z^2-6z+21)=0$ نحسب المميز $\Delta=(-6)^2-4(1)(21)=-48=48i^2=\left(4\sqrt{3}i\right)^2$

وعليه حلول المعادلة الثانية هي : $\begin{cases} z_1=\dfrac{6-i4\sqrt{3}}{2}=3-2i\sqrt{3} \\ z_2=\dfrac{6+i4\sqrt{3}}{2}=3+2i\sqrt{3} \end{cases}$

إذن حلول المعادلة $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$ هي : $S=\left\{-i\sqrt{3};i\sqrt{3};3-2i\sqrt{3};3+2i\sqrt{3}\right\}$.

(II) 1 - أ - تبيين أنّ النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدّائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللّاحقة $z_\Omega=3$:

$$|z_\Omega-z_A|=\left|3-\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}\right|=\left|3-\sqrt{3}\left(\cos\left(\tfrac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\right)\right|=\left|3-i\sqrt{3}\right|=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$
$$|z_\Omega-z_B|=\left|3-\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}\right|=\left|3-\sqrt{3}\left(\cos\left(-\tfrac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\tfrac{\pi}{2}\right)\right)\right|=\left|3+i\sqrt{3}\right|=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$
$$|z_\Omega-z_C|=\left|3-\left(3+2i\sqrt{3}\right)\right|=\left|3-3-2i\sqrt{3}\right|=\left|-2i\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}$$
$$|z_\Omega-z_D|=\left|3-\left(3-2i\sqrt{3}\right)\right|=\left|3-3+2i\sqrt{3}\right|=\left|2i\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}$$

واضح أنّ : $|z_\Omega-z_A|=|z_\Omega-z_B|=|z_\Omega-z_C|=|z_\Omega-z_D|$ أي : $\Omega A=\Omega B=\Omega C=\Omega D=2\sqrt{3}$.

ومنه النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدّائرة (C) .

ب - تبيين أنّ : $\left(\dfrac{z_D-1}{4}\right)^{1906}+\left(\dfrac{z_C-1}{4}\right)^{1963}=z_A$: لدينا :

$$\left(\frac{z_D-1}{4}\right)^{1906}+\left(\frac{z_C-1}{4}\right)^{1963}=\left(\frac{2-2i\sqrt{3}}{4}\right)^{1906}+\left(\frac{2+2i\sqrt{3}}{4}\right)^{1963}=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{1906}+\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{1963}$$

أي : $\left(\dfrac{z_D-1}{4}\right)^{1906}+\left(\dfrac{z_C-1}{4}\right)^{1963}=\left(e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)^{1906}+\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^{1963}=e^{-i\frac{1906\pi}{3}}+e^{i\frac{1963\pi}{3}}$

لدينا : $e^{i\left(\frac{-1905\pi-\pi}{3}\right)}+e^{i\left(\frac{1962\pi+\pi}{3}\right)}=e^{-i635\pi}\cdot e^{-i\frac{\pi}{3}}+e^{i654\pi}\cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$

ومنه : $\left(\dfrac{z_D-1}{4}\right)^{1906}+\left(\dfrac{z_C-1}{4}\right)^{1963}=-\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)=i\sqrt{3}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}=z_A$

أ - تعيين عمدة وطويلة العدد المركب $\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}$ ثمّ استنتاج طبيعة المثلث BEC :

E نظيرة D بالنسبة إلى O معناه : $z_E=-z_B=-3+2i\sqrt{3}$.

$$\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=\frac{3+2i\sqrt{3}+i\sqrt{3}}{-3+2i\sqrt{3}+i\sqrt{3}}=\frac{3+3i\sqrt{3}}{-3+3i\sqrt{3}}=\frac{1+i\sqrt{3}}{-1+i\sqrt{3}}=\frac{2e^{i\frac{\pi}{3}}}{2e^{i\frac{2\pi}{3}}}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

لدينا : $\left|\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}\right|=\dfrac{|z_C-z_B|}{|z_E-z_B|}=\dfrac{BC}{BE}=1$ و $\arg\left(\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$ ومنه المثلث BEC متقايس الأضلاع .

ب - استنتاج طبيعة التحويل T الذي مركزه النقطة B ويحوّل E إلى C ثمّ كتابة الصيغة المركبة له :

لدينا : $\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $z_C-z_B=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_E-z_B)$ إذن T دوران مركزه النقطة B وزاويته $-\dfrac{\pi}{3}$.

والعبارة المركبة لهذا التحويل هي :

$$z'=e^{-i\frac{\pi}{3}}\cdot z+z_B\left(1-e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z+z_B\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z+\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

1 - تعيين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللّاحقة z التي تحقق : $|iz-3i|=\left|-3+i\sqrt{3}\right|$:

لدينا : $|iz-3i|=\left|-3+i\sqrt{3}\right|$ تكافئ : $|i(x+iy)-3i|=\sqrt{(-3)^2+3}$ تكافئ : $|-y+i(x-3)|=\sqrt{12}$ تكافئ : $(x-3)^2+y^2=12$ إذن (E) هي دائرة مركزها النقطة $\Omega(3;0)$ ونصف قطرها $r=2\sqrt{3}$.

2 - تعيين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللّاحقة غير المعدومة z التي تحقق : $\arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right)=2k\pi$ حيث : $k\in\mathbb{Z}$:

لدينا $\arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right)=\arg(z)-\arg(\overline{z})$ ونعلم أنّ : $\arg(\overline{z})=-\arg(z)$ وعليه $\arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right)=2\arg(z)$ وعليه حتى تكون $\arg\left(\frac{z}{\overline{z}}\right)=2k\pi$ يكون $\arg(z)=k\pi$ يكافئ : $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM}\right)=k\pi$ إذن (Γ) هي محور الفواصل باستثناء النقطة O .

التمريـن الرابع

(I) 1 - دراسة تغيّرات الدّالة g .

النهايات : $\lim\limits_{x\to 0\atop x\succ 0}g(x)=\lim\limits_{x\to 0\atop x\succ 0}(1+x^2+\ln x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(1+x^2+\ln x)=+\infty$.

المشتقة : الدّالة g معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة هي : $g'(x)=2x+\frac{1}{x}$.

نلاحظ أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ : $g(x)\succ 0$ ومنه الدّالة g متزايدة تماما .

جدول التغيّرات :

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

2 - تبيين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدًا α حيث : $0.32\prec\alpha\prec 0.33$:

لدينا $g(0.32)=-0.037$ و $g(0.33)=0.00023$.

من جدول التغيرات لدينا الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]0.32;0.33[$ و $g(0.32)\times g(0.33)\prec 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α حيث $0.32\prec\alpha\prec 0.33$.

3 - استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$:

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

(II) 1 - حساب $\lim\limits_{x\to 0\atop x\succ 0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$:

$\lim\limits_{x\to 0\atop x\succ 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0\atop x\succ 0}\left(-x+\frac{2+\ln x}{x}\right)=-\infty$ لأنّ : $\lim\limits_{x\to 0\atop x\succ 0}\ln x=-\infty$.

$\left\{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0\right\}$ لأنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+\frac{2+\ln x}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+\frac{2}{x}+\frac{\ln x}{x}\right)=-\infty$

2 - تبيين أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$ ثمّ تشكيل جدول تغيّرات الدّالة f :

الدّالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة هي :

$$f'(x)=-1+\left(\frac{\frac{1}{x}\times x-(2+\ln x)}{x^2}\right)=-1+\frac{-\ln x-1}{x^2}=\frac{-x^2-\ln x-1}{x^2}=-\frac{g(x)}{x^2}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

جدول تغيّرات الدّالة f :

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ $-\infty$	

3 - تبيين أنّ : $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{2\alpha} - \alpha\right)$ ثمّ تعيين حصرًا للعدد $f(\alpha)$:

لدينا : $f(\alpha) = -\alpha + \frac{2+\ln\alpha}{\alpha} \cdots (1)$ ولدينا : $g(\alpha) = 0$ أي : $1 + \alpha^2 + \ln\alpha = 0$ ومنه $\ln\alpha = -(1+\alpha^2)$

بالتعويض في (1) نجد :

$$f(\alpha) = -\alpha + \frac{2+\ln\alpha}{\alpha} = -\alpha + \frac{2-(1+\alpha^2)}{\alpha} = -\alpha + \frac{1-\alpha^2}{\alpha} = -\alpha + \frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha^2}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} - 2\alpha = 2\left(\frac{1}{2\alpha} - \alpha\right)$$

4 - حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ واستنتاج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته :

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x] = \lim_{x\to+\infty}\left[-x + \frac{2+\ln x}{x} + x\right] = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}\right) = 0$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

- دراسة الوضع النّسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) : لدينا : $f(x) - y = f(x) + x = \frac{2+\ln x}{x}$

إشارة $f(x)+x$ من إشارة $2+\ln x = 0$ لأنّ $x \succ 0$.

لدينا : $f(x)+x = 0$ معناه $\frac{2+\ln x}{x} = 0$ أي $2+\ln x = 0$ معناه $\ln x = -2$ ومنه $x = e^{-2}$.

- لمّا $x \succ e^{-2}$ معناه $\ln x \succ -2$ أي $2+\ln x \succ 0$ ومنه $f(x) - y \succ 0$ ومنه (C_f) فوق (Δ) على المجال $]e^{-2};+\infty[$.

- لمّا $x \prec e^{-2}$ معناه $\ln x \prec -2$ أي $2+\ln x \prec 0$ ومنه $f(x) - y \prec 0$ ومنه (C_f) تحت (Δ) على المجال $]0;e^{-2}[$.

- المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) في النقطة $(e^{-2};-e^{-2})$ ، $((C_f)\cap(\Delta) = \{(e^{-2};-e^{-2})\})$.

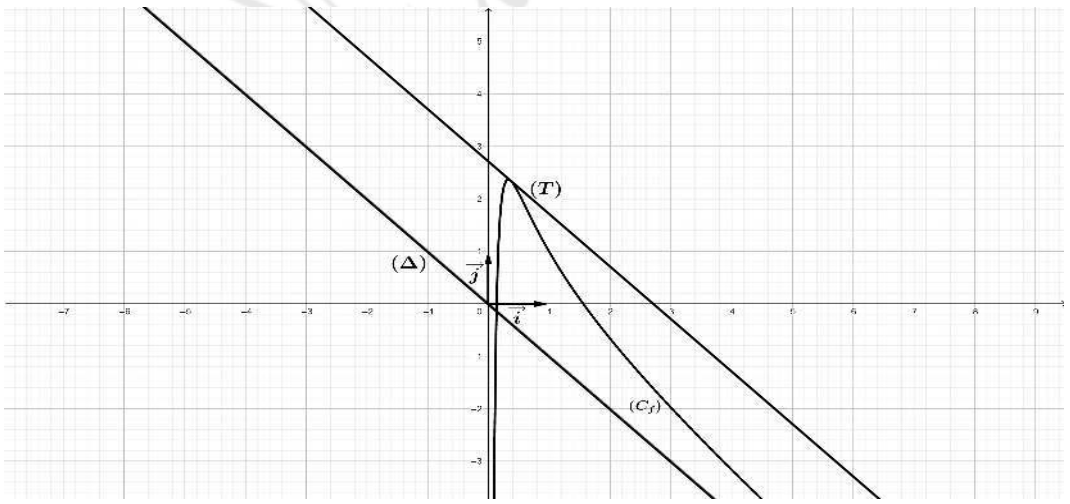
5 - اثبات أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة يُطلب تعيينها . كتابة معادلة المماس (T) :

نعتبر النقطة $A(x_0; f(x_0))$.

المماس (T) عند النقطة A يوازي المستقيم (Δ) معناه $f'(x_0) = -1$ معناه $-\frac{g(x_0)}{x_0^2} = -1$ أي $g(x_0) = x_0^2$ أي $1 + x_0^2 + \ln x_0 = x_0^2$ ومنه $x_0 = e^{-1}$ وعليه إحداثيات النقطة A التي يكون عندها المماس (T) يوازي المستقيم (Δ) هي $A(e^{-1}; e - e^{-1})$.

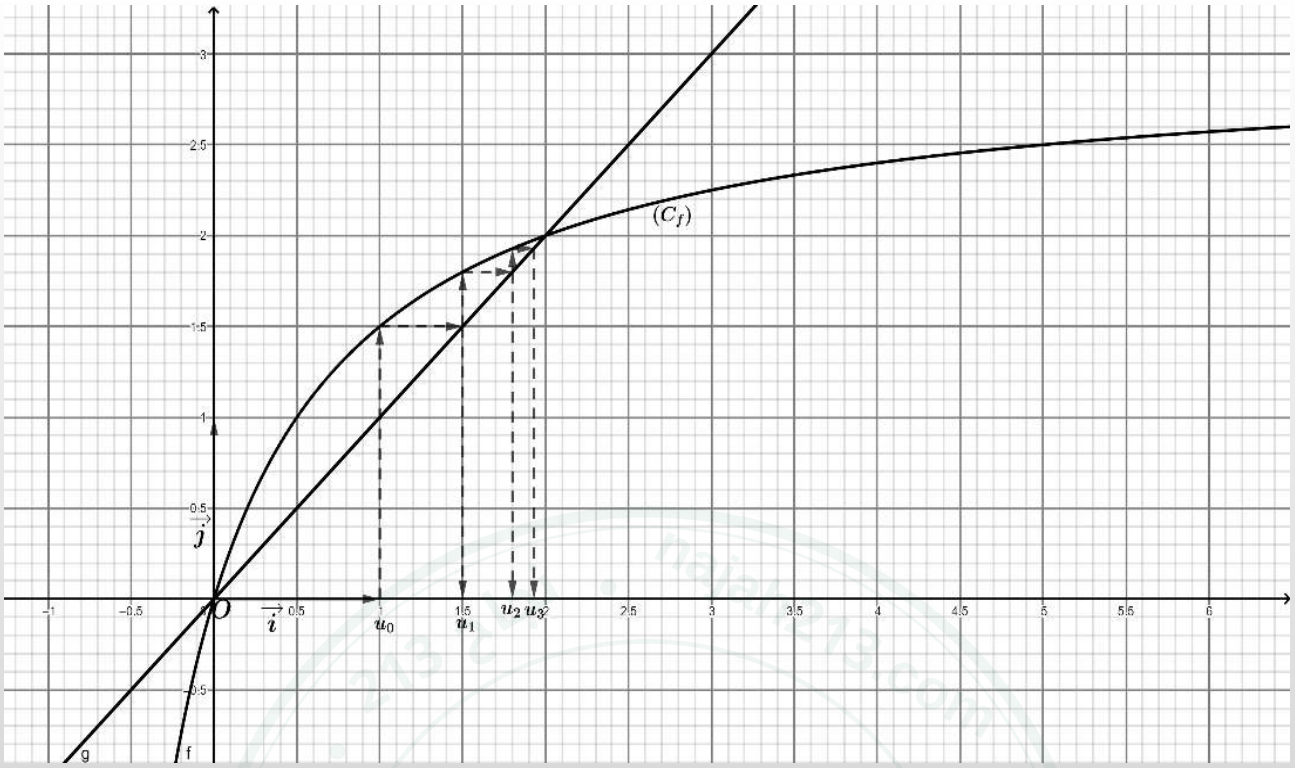
معادلة المماس (T) : $(T) : y_T = f'(e^{-1})(x-e^{-1}) + f(e^{-1}) = -x + e^{-1} + e - e^{-1} = -x + e$

6 - إنشاء المستقيم (Δ) ، المماس (T) والمنحنى (C_f) :



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

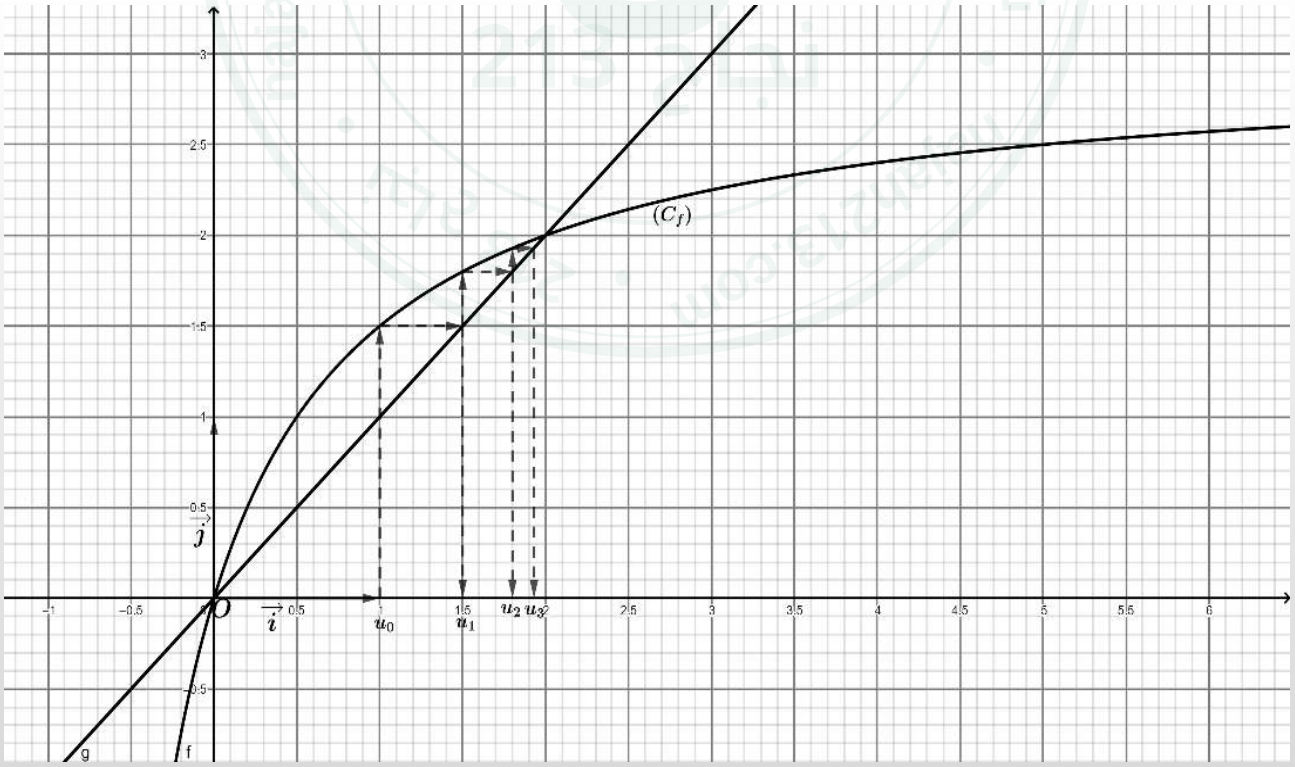
الوثيقة المرفقة



تُلصق الوثيقة المرفقة مع الإجابة النموذجية على الكراس

.....

الوثيقة المرفقة



تُلصق الوثيقة المرفقة مع الإجابة النموذجية على الكراس

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الموقع الأول لتحضير الفروض والاختبارات في الجزائر

القسم التحضيري	
السنة الأولى ابتدائي	
السنة الثانية ابتدائي	
السنة الثالثة ابتدائي	
السنة الرابعة ابتدائي	
السنة الخامسة ابتدائي	
شهادة التعليم الابتدائي	
السنة الأولى متوسط	
السنة الثانية متوسط	
السنة الثالثة متوسط	
السنة الرابعة متوسط	
شهادة التعليم المتوسط	
السنة الأولى ثانوي	
السنة الثانية ثانوي	
السنة الثالثة ثانوي	
شهادة البكالوريا	