najah213.com · نجاح 213

ملخص محور الإحتمالات

إذا كان	نقول إن
$A=\Omega$	A هي الحادثة الأكيدة.
$A=\phi$	A هي الحادثة المستحيلة.
$C=A\cap B$	C هي الحادثة A و B.
$C=A\cup B$	C هي الحادثة A أو B.
$B=\overline{A}$ ، $(B=\Omega-A)$	B الحادثة المعاكسة لـ A .
$A\cap B=\phi$	الحادثتين A و B غير متلائمتين.

نقول عن p إنه قانون احتمال على Ω إذا وفقط إذا كان : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

من أجل كل حادثتين غير متلائمتين A و B فإن :	$p\ (A\cup B)\ = p\ (A)\ + p\ (B)$
(Ω, p) فضاء احتمالي و A و B حادثتان. 1. $p(\phi)=0$. 2. $0\le p(A)\le 1$. 3. $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$. 4. إذا كان $A\subset B$ فإن : $p(A)\le p(B)$. 5. $p(\overline{A})=1-p(A)$.	الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو العدد الحقيقي المعرف بـ : $E(X)=\sum p_i x_i$. التباين: $V(X)=\sum p_i(x_i-E(X))^2=E(X^2)-(E(X))^2$ الانحراف المعياري: $\sigma\ X\ =\sqrt{V\ X}$ خواص $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$ $E(aX+b)=aE(X)+b$ $\sigma(aX)=\lvert a\rvert\sigma(X)$ و $Var(aX)=a^2\ Var(X)$ $\sigma(X+b)=\sigma(X)$ و $Var(X+b)=Var(X)$
الأحتمال الشرطي احتمال الحادثة B علما أن A (أي الحادثة A محققة) هو العدد الحقيقي $p_A(B)$ المعرف كما يلي	الأحتمال الشرطي $p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}$
الحوادث المستقلة نقول عن الحادثتين A و B إنهما مستقلتان إذا وفقط إذا كان تحقق إحداهما لا يغير من احتمال تحقق الأخرى.	$P_B(A)=P(A)$ و $P_A(\ B)=P(\ B)$ $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$
دستور الاحتمالات الكلية	$p(B)=\sum_{1}^{n} p(B\cap A_i)=\sum_{1}^{n} p(A_i)\times p_{A_i}(B)$
دستور ثنائي الحد :من أجل كل عددين حقيقيين a و b و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n	$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$ $(a+b)^n=C_n^0 a^n b^0+C_n^1 a^{n-1} b^1+\ldots\ldots+C_n^n a^0 b^n$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أستاذ الرياضيات علاء الدين زايدي — محور الإحتمالات — التحضير الجيد لبكالوريا 20205

الطريقة/ المطلوب	تشكيل أعداد	تشكيل لجان	سحب من كيس	مجموعات
القوائم **عدد القوائم** n^p يمكن استعمال شجرة الإحتمالات	الأرقام يمكن أن تتكرر	//	على التوالي مع الإعادة	//
الترتيبات يمكن استعمال شجرة الإحتمالات **عدد الترتيبات** $A_n^p = n(n-1)(n-2)...(n-p+1)$ وهي جداء p حد انطلاقا من العدد الطبيعي n نزولا مثال $A_4^2 = 4 \times 3 = 12$ أي جداء عددين انطلاقا من العدد 4 نزولا مثال $A_n^3 = n \times (n-1) \times (n-2)$ أي جداء ثلاث أعداد انطلاقا من العدد n نزولا نستعمل الالة الحاسبة لحساب الترتيبة	الأرقام لا تتكرر	المهام محددة	على التوالي دون إعادة	//
التوفيقات عدد التوفيقات $C_n^k = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_p^n}{p!}$ مثال $C_4^2 = \frac{A_4^2}{2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$ أي جداء عددين انطلاقا من العدد 4 نزولا قسمة 2 عاملي مثال $C_n^3 = \frac{A_n^3}{3!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{6}$ أي	//	المهام غير محددة	في آن واحد	أجزاء مجموعة

najah213.com · نجاح 213

تمارين محور الاحتمالات الواردة في شهادة البكالوريا

أولا شعبة علوم تجريبية

التمرين01: بكالوريا شعبة علوم 2024 ـ الموضوع الأول ـ

يحتوي كيس على 11 كرية متماثلة لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي : كريتان بيضاوان مرقمتان بـ : 1، 3 و أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 0 ، 1 ، 1، 3 و خمس كريات خضراء مرقمة بـ : 0، 1 ، 1، 3، 4 .

I) نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس و نعتبر الأحداث الآتية :

A "الحصول على 3 كريات من نفس اللون" ، B "الحصول على 3 كريات جداء أرقامها عدد فردي"

C "الحصول على كريات جداء أرقامها عدد فردي"

1) أ ـ أحسب $P(A)$ إحتمال الحادثة A و بيّن أن : $P(B)=\frac{56}{165}$ ثم استنتج $P(C)$.

بـ ـ أحسب الإحتمال الشرطي $P_A(B)$.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات ، عدد الكريات التي تحمل رقما زوجيا .

أ ـ عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

بـ ـ أحسب إحتمال الحادثة $(X>1)$.

II) نسحب الآن من الكيس عشوائيا 3 كريات على التوالي و بدون إرجاع .

أحسب إحتمال الحادثة D : "الحصول على 3 كريات جداء أرقامها معدوم"

التمرين02: بكالوريا شعبة علوم 2024 ـ الموضوع الثاني ـ

يحتوي كيس على 5 قطع كهربائية غير متمايزة و لا نفرق بينها باللمس ، منها 3 قطع سليمة و قطعتان غير سليمتين .

نرمز إلى القطعة السليمة بالرمز S و إلى القطعة غير السليمة بالرمز $\bar{S}$.

نسحب عشوائيا من الكيس 3 قطع على التوالي مع الإرجاع ، و نعتبر الحوادث :

A "القطعة الأولى المسحوبة سليمة" ، B "سحب قطعة واحدة فقط سليمة"

C "القطعة الثالثة المسحوبة سليمة"

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه التجربة .

2) أحسب $P(A)$ و $P(B)$ إحتمالي الحادثتين A و B ثم بيّن أن : $P(C)=\frac{3}{5}$.

3) أحسب الإحتمال الشرطي $P_C(A)$. هل الحادثتان A و C مستقلتان ؟

4) نرفق بكل قطعة سليمة العدد 10 و بكل قطعة غير سليمة العدد -10 ، و نعتبر X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب من الكيس لثلاث قطع مجموع الأعداد المرفقة بها .

أ ـ برر أن قيم المتغيّر العشوائي X ، هي : -30 ، -10 ، 10، 30 .

بـ ـ عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين03: بكالوريا شعبة علوم 2023 ـ الموضوع الأول ـ

يحتوي صندوق U_1 على 5 كريات تحمل الأرقام 1، 1، 1، 2، 3 و يحتوي صندوق U_2 على 4 كريات تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .

(كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس)

نختار عشوائيا أحد الصندوقين و نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد .

1) نعتبر الأحداث : A "سحب كريتين تحملان رقمين فرديين" ، B "سحب كريتين تحملان رقمين زوجيين"

C "سحب كريتين إحداهما تحمل رقما فرديا و الأخرى تحمل رقما زوجيا" .

أ ـ أنجز الشجرة التي تنمذج هذه التجربة .

بـ ـ بيّن أن : $P(A)=\frac{23}{60}$ و $P(B)=\frac{1}{12}$ ثم أحسب $P(C)$.

2) نفرغ محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق جديد U_3 ثم نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جداء الرقمين المسجلين عليهما .

أ ـ برر أن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي : $\{1;2;3;4;6\}$.

بـ ـ عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين04: بكالوريا شعبة علوم 2023 ـ الموضوع الثاني

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، موزعة كما يلي : ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 .

و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 و أربع كريات خضراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الأحداث A ، B ، C الآتية :

A الحصول على كريتين من نفس اللون ، B الحصول على كرية خضراء على الأقل

C الحصول على كرتين تحملان رقمين زوجيين

1) أ ـ بيّن أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{4}{15}$ و أن احتمال الحدث B يساوي $\frac{2}{3}$.

بـ ـ أحسب الإحتمالين $P(C)$ و $P(A\cap C)$ ، هل الحدثان A و C مستقلان ؟

جـ ـ استنتج احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون علما أنهما تحملان رقمين زوجيين.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ ـ برر أن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي : $\{2;3;4\}$.

بـ ـ عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين05: بكالوريا شعبة علوم 2021 ـ الموضوع الأول

يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 و H_3 و امرأتان F_1 و F_2 .

نعتبر الأحداث A ، B و C حيث : A " عضوا اللجنة من نفس الجنس " .

B " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين " .

C " H_1 عضو في اللجنة " .

1) أ ـ أحسب $P(A)$ و $P(B)$ إحتمال A و B على الترتيب .

بـ ـ بيّن أن $P(C)$ إحتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$.

2) المتغيّر العشوائي X يرفق بكل إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة .

أ ـ برّر أن مجموعة قيم X هي : $\{0;1;2\}$.

بـ ـ عيّن قانون الإحتمال المتغيّر العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين06: بكالوريا شعبة علوم 2021 ـ الموضوع الثاني

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، مكتوب على كل منها سؤال واحد ، منها ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ 1 ، 2 و 3 ، أربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ 1 ، 2 ، 3 و 4 و سؤالين في التحليل مرقمين بـ 1 و 2 .

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق و نعتبر الأحداث التالية :

A " سحب سؤال في الهندسة " ، B " سحب سؤال في التحليل " و C " سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا " .

1) أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ إحتمال الأحداث A ، B و C على الترتيب .

2) أحسب إحتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1 .

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجّل عليها .

أ ـ برّر أن مجموعة قيم X هي : $\{1;2;3;4\}$.

بـ ـ عيّن قانون الإحتمال المتغيّر العشوائي X ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

جـ ـ استنتج قيمة $E(2021X+1442)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين07: بكالوريا شعبة علوم 2020 ـ الموضوع الأول ـ

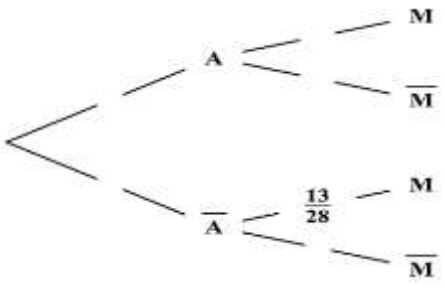
يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء و يحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء و كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الوعائين بالكيفية التالية :

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة و مرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكرتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريتين من V .

نسمي A الحدث : " الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 " .

نسمي M الحدث : " الحصول على كريتين من نفس اللون " .



1) تحقق $P(\overline{A})$ أن إحتمال السحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

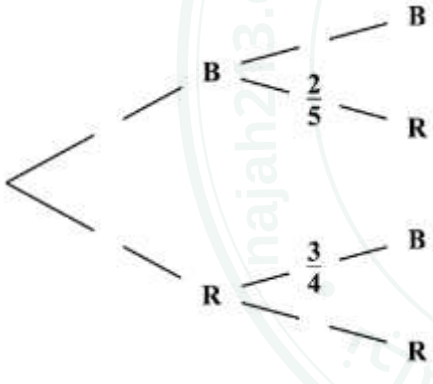
2) علما أن الكريتين المسحوبتين من U ، بيّن أن إحتمال أن تكونا من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$.

3) أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها و استنتج $P(M)$.

4) أحسب $P_{\overline{M}}(A)$ إحتمال السحب من الوعاء U علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون .

التمرين08: بكالوريا شعبة علوم 2020 ـ الموضوع الثاني ـ

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية : إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .



1) أ ـ أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها.

B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى الحصول على كرية حمراء .

بـ ـ أحسب إحتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

أ ـ عيّن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X .

بـ ـ بيّن أن : $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثم عرّف قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X .

جـ ـ أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X .

التمرين09: بكالوريا شعبة علوم 2019 ـ الموضوع الأول ـ

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث :

A : " سحب كريتين من نفس اللون " ، B : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم "

1) بيّن أن إحتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب إحتمال الحادثة B .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .
عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين10: بكالوريا شعبة علوم 2019 ـ الموضوع الثاني ـ

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .
ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2) بيّن أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .
ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

التمرين11: بكالوريا شعبة علوم 2018 ـ الموضوع الأول ـ

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات حمراء
مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .
نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .
نعتبر الحادثتين A : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني ".
و B : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

1) أ ـ أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ إحتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .
بـ ـ بيّن أن : $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .
عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ثانيا شعبة تقني رياضي

التمرين12: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2024 ـ الموضوع الأول ـ

يحتوي صندوق على 9 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، منها : 4 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراوان .

I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كريات في آن واحد.

1) أحسب إحتمال كلا من الحوادث الآتية :
A "الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون" ، B "الحصول على الألوان الثلاثة"
C "الحصول على كرية بيضاء على الأقل"

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات ، عدد الألوان المتحصل عليها .
أ ـ عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.
بـ ـ أحسب إحتمال الحادثة $E(84X+1837)$.

II) نضيف الآن إلى الصندوق كرية واحدة سوداء ثم نسحب منه عشوائيا 4 كريات على التوالي دون إرجاع .
بيّن أن إحتمال الحادثة D : "الحصول على الألوان الأربعة" هو $\frac{4}{35}$.

التمرين13: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2024 ـ الموضوع الثاني ـ

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس منها :
كريتان تحملان الرقم 0 ، ثلاث كريات تحمل الرقم 2 ، كرية تحمل الرقم 3 و أربع كريات تحمل الرقم 4 .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال كلا من الحوادث الآتية :

A "مجموع الأعداد التي تحملها الكريات المسحوبة يساوي 12"

B "الحصول على ثلاثة أعداد أولية"

C "جداء الأعداد التي تحملها الكريات المسحوبة معدوم"

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات عدد الأعداد الأولية المتحصل عليها .

أ ـ عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

بـ ـ أحسب إحتمال الحادثة $(X^2 > 0)$.

التمرين14: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2023 ـ الموضوع الأول

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، موزعة كما يلي :

ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : 0 ، 1، 1 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 و كريتين خضراوين مرقمتين بـ : 1 ، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس و نعتبر الأحداث A، B و C الآتية :

A " الحصول على كريتين من نفس اللون " ، B " الحصول على كرية حمراء على الأقل"

C "الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما يساوي 3"

1) أ ـ بيّن أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{1}{4}$. وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{9}{14}$.

بـ ـ أحسب الإحتمال $P(C)$.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

أ ـ برر أن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي : $\{1;2;3;4\}$.

بـ ـ عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين15: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2023 ـ الموضوع الثاني

يحتوي كيس على 11 كرية متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، موزعة كما يلي :

ثلاث كريات تحمل الرقم 0 ، ثلاث كربات تحمل الرقم 1 و خمس كريات تحمل الرقم 2 .

نسحب عشوائيا وفي أن واحد كريتين من الكيس و نعتبر الأحداث A، B و C الآتية :

A " الحصول على كريتين رقم كل منهما عدد أولي" ، B " الحصول على كرية واحدة تحمل رقما فرديا "

C "الحصول على كريتين جداء رقميهما معدوم"

1) أ ـ بيّن أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{2}{11}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{24}{55}$.

بـ ـ أحسب الاحتمال $P(C)$.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ ـ برر أن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي : $\{0;1;2;4\}$.

بـ ـ عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

جـ ـ أحسب احتمال الحدث : " $e^{X+6} < 2023$ " .

التمرين16: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2020 ـ الموضوع الأول

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .

الكريات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من هذا الكيس .

1) نعتبر الحدثين : A " الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم"

و B " الحصول على كريتين مختلفتين في اللون " .

أ ـ أحسب إحتمال كلا من الحدثين A و B .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

بـ- بيّن أن إحتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$.

جـ- استنتج إحتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .
عرّف قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X .

3) في لعبة ، يقوم لاعب بسحب كريتين : إذا كان جداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار ، إذا كان جداء رقميهما 6 يخسر y^2 دينار و إذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار . (x و y عددان طبيعيان غير معدومين)
عيّن قيمة كلا من x و y حتى تكون هذه اللعبة عادلة .

التمرين17: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2020 ـ الموضوع الثاني ـ

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرقمين 1، 2 و ثلاث كريات كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2 و أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 2 ، 3، 3، 4 . (الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس).

I) نسحب من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال كلا من الحدثين A و B التاليين :
A " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون " و B " الحصول على كرية بيضاء على الأقل " .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها .

أ- بيّن أن $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ، ثم عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X .

بـ- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X .

II) نسحب الأن ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع .
ليكن C الحدث " الحصول على ثلاث أرقام جداؤها زوجي " .
أحسب إحتمال C .

التمرين18: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2019 ـ الموضوع الأول ـ

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . إختر الإجابة الصحيحة مبررا إختيارك .

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .
(الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)
نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد.
X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

1) قيم المتغيّر العشوائي X هي : أ) $\{1;2;3\}$ بـ) $\{0;2;3\}$ جـ) $\{0;1;2\}$.

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ X هو : أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ بـ) $E(X)=\frac{6}{5}$ جـ) $E(X)=\frac{11}{10}$.

3) إحتمال " الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة "
يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ بـ) $\frac{9}{10}$ جـ) $\frac{3}{5}$.

4) إحتمال " باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 "
يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ بـ) $\frac{3}{10}$ جـ) $\frac{1}{5}$.

التمرين19: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2019 ـ الموضوع الثاني ـ

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ،4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين
تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الكيس .

1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة " .

B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر " .

C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ ـ عيّن قيم المتغيّر العشوائي X ، ثم عرّف قانون إحتماله .

بـ ـ أحسب $P(X^2 - X \leq 0)$.

التمرين20: بكالوريا شعبة تقني رياضي 2018 ـ الموضوع الثاني

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الكيس .

I) 1) أحسب إحتمال الحادثة A : " سحب كريتين مختلفتين في اللون " .

2) أحسب إحتمال الحادثة B : " سحب كريتين من نفس اللون " .

II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha\,(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري).

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100\,DA$ ، و إذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50\,DA$ ،

و إذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه . و ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

1) برّر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\}$ ثم عرّف قانون إحتماله .

2) بيّن أن الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.

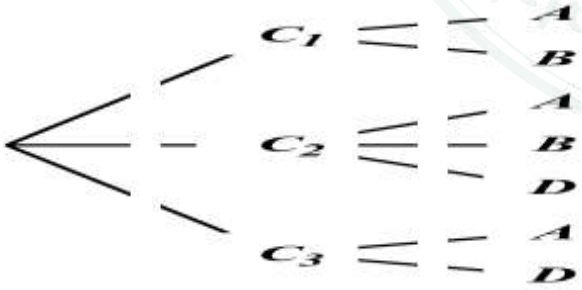
ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

ثالثا شعبة رياضيات

التمرين21: بكالوريا شعبة رياضيات 2024 ـ الموضوع الأول

يحتوي صندوق U_1 على 5 بطاقات متماثلة مرقمة بـ : 1، 1 ، 2 ، 3، 3 و يحتوي صندوق U_2 على 6 كريات موزعة كما يلي : 4 كريات حمراء و 2 خضراوان . (لا نفرق بين البطاقات ولا بين الكريات باللمس)

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق .



- إذا تحصلنا على الرقم 1 نسحب عشوائيا من كرية واحدة .
- إذا تحصلنا على الرقم 2 نسحب عشوائيا من كريتين في آن واحد.
- إذا تحصلنا على الرقم 3 نسحب عشوائيا من ثلاث كريات في آن واحد .

نعتبر الحوادث الآتية

C_i "البطاقة المتحصل عليها تحمل الرقم i " حيث $i \in \{1;2;3\}$.

A "الحصول على كريات حمراء فقط "

B "الحصول على كريات خضراء فقط "

D "الحصول على كريات ليست كلها من نفس اللون"

1) أ ـ بيّن أن : $P_{C_2}(B) = \frac{1}{15}$ و $P_{C_3}(B) = \frac{4}{5}$.

بـ ـ أنقل و املأ شجرة الإحتمالات المقابلة .

جـ ـ أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(D)$.

2) أحسب إحتمال أن تكون البطاقة المتحصل عليها تحمل الرقم 3 علما أن الكريات المسحوبة حمراء .

3) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المتحصل عليها .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب الأمل الرياضياتي $E(75X+1917)$.

4) إذا كان عدد الكريات الحمراء في الصندوق U_2 هو $n+4$ حيث n عدد طبيعي .

جد قيمة n التي من أجلها يكون $P_{C_3}(A)=\frac{7}{15}$.

التمرين22: بكالوريا شعبة رياضيات 2024 ـ الموضوع الثاني

يحتوي صندوق U_1 على 7 كريات منها : 3 كريات بيضاء و 4 كريات حمراء و يحتوي صندوق U_2 على 7 كريات منها : كريتان بيضاوان 5 و كريات حمراء . (جميع الكريات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس)

نلقي نردا متوازنا أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 و نسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي .

- إذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 ، نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 كريتين على التوالي دون إرجاع .
- في الحالات الأخرى ، نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كريتين على التوالي دون إرجاع .

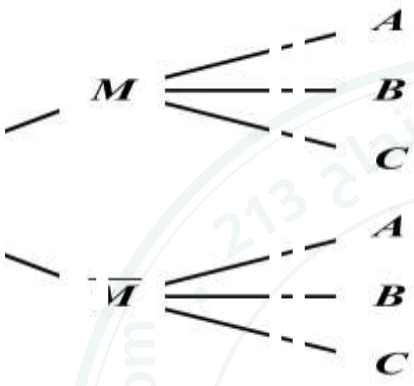
نعتبر الحوادث الآتية :

M "ظهور رقم مضاعف للعدد "

A "الحصول على كريتين بيضاوين "

B "الحصول على كريتين حمراوين "

C "الحصول على كريتين من لونين مختلفين "



1) أنقل و املأ شجرة الإحتمالات المقابلة .

2) نعتبر الحادثتين :

G "الحصول على كريتين من نفس اللون "

و H "الحصول على كرية حمراء على الأقل "

بيّن أن $P(G)=\frac{31}{63}$ ثم أحسب $P(H)$.

3) أحسب $P_G(M)$ إحتمال ظهور رقم مضاعف للعدد 3 علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون .

4) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين عدد الألوان المتحصل عليها .

عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب الأمل الرياضياتي $E(63X+1350)$.

التمرين23: بكالوريا شعبة رياضيات 2023 ـ الموضوع الأول

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، منها كريتان حمراوان مرقمتان بـ : 2 ، -3 وخمس كريات بيضاء مرقمة بـ : 0 ، 1 ، 1 ، 2 ، -2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 0 ، 1 ، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس و نعتبر الأحداث A ، B و C الآتية :

A "الحصول على 3 كريات من نفس اللون " ، B " الحصول على الألوان الثلاثة" .

C "الحصول على 3 كريات مجموع أرقامها معدوم"

1) أ ـ أحسب $P(A)$ و $P(C)$ ثم بيّن أن : $P(C)=\frac{3}{20}$.

بـ ـ أحسب $P(A\cap C)$ ثم استنتج $P_C(A)$.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات عدد الألوان المتحصل عليها.

عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

3) نسحب الآن عشوائيا من الكيس ثلاث كريات على التوالي وبإرجاع .

أحسب إحتمال الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم .

التمرين24: بكالوريا شعبة رياضيات 2023 ـ الموضوع الثاني

يحتوي صندوق U على كريتين حمراوين وكريتين خضراوين و يحتوي صندوق V على كريتين حمراوين وثلاث كريات خضراء . كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الصندوقين بالكيفية الآتية :

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس به 10 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 10 .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

إذا تحصلنا على عدد أولي نسحب الكريتين من U وفي باقي الحالات نسحب الكريتين من V .

1) نعتبر الأحداث A ، B و C الآتية :

A "سحب كريتين حمراوين" ، B "سحب كريتين خضراوين" و C "سحب كريتين من لونين مختلفين" .

أ ـ أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه التجربة .

بـ ـ بيّن أن $P(B)=\frac{19}{150}$ و $P(B)=\frac{37}{150}$ ثم استنتج $P(C)$.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المتحصل عليها.

أ ـ عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

بـ ـ أحسب إحتمال الحدث : " $\ln X \leq 1$ ".

التمرين 25: بكالوريا شعبة رياضيات 2021 ـ الموضوع الأول ـ

كيس به كرية 12 متماثلة لا نفرّق بينها باللمس .

كل من الكريات الإثنتي عشرة تحمل رقما من بين الأعداد التالية : 1 ، 2 ، 3 و 4 .

نسحب عشوائيا كريّة واحدة من الكيس .

نرمز بـ P_i إلى إحتمال سحب كريّة رقمها i ، حيث : $P_1=\frac{1}{3}$ ، $P_2=\frac{1}{6}$ ، $P_3=\frac{1}{4}$ و $P_4=\frac{1}{4}$.

1) وزع الكريات الإثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 و 4 .

2) أحسب إحتمال كلا من الأحداث A ، B و C الآتية : A " سحب كريّة تحمل رقما فرديا " .

B " سحب كريّة تحمل رقما من أرقام نظام التعداد ذي الأساس 4 " .

C " سحب كريّة رقمها حل للمعادلة $x^2=2^x$ " .

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكل سحب لكريّة الرقم الذي تحمله .

عيّن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

التمرين 26: بكالوريا شعبة رياضيات 2021 ـ الموضوع الثاني ـ

يُراد عشوائيا تشكيل لجنة تضمّ رئيسا و نائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 و H_3 و أربع نساء F_1 ، F_2 ، F_3 و F_4 .

1) بيّن أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : 42 .

2) نعتبر الأحداث الآتية :

A : " اللجنة من نفس الجنس " .

B : " اللجنة من جنسين مختلفين " .

C : " H_1 هو الرئيس " .

E : " اللجنة لا تضم كلا من H_1 و F_1 " .

أ ـ أحسب $P(A)$ إحتمال الحدث A ثم استنتج $P(B)$.

بـ ـ أحسب $P(C)$ و $P(E)$.

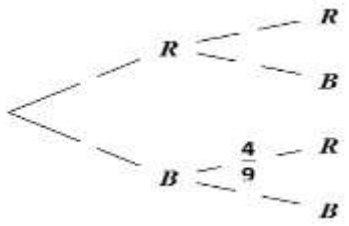
3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها . عيّن قانون احتمال X ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

التمرين 27: بكالوريا شعبة رياضيات 2020 ـ الموضوع الأول ـ

صندوق به 5 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس).

نسحب من الصندوق كرية واحدة بحيث : إذا ظهرت كرية حمراء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كرية بيضاء و إذا ظهرت كرية بيضاء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كرية حمراء ، و نكرّر العملية مرة ثانية .

1) أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة التي تنمذ هذه التجربة ثم أكملها .



2) بيّن أن إحتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$.

3) أحسب إحتمال أن يوجد بالصندوق 4 كريات حمراء على الأقل .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

4) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكريات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية .

أ- برّر أن قيم المتغيّر العشوائي هي : 5 ، 6 و 7 .

ب- عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

التمرين 28: بكالوريا شعبة رياضيات 2020 ـ الموضوع الثاني

يحتوي صندوق على كريات متماثلة منها : n كرية بيضاء تحمل العدد π (n عدد طبيعي و $n \geq 2$)

و 4 كريات حمراء تحمل الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و π و كريتين خضراوين تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$.

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من هذا الصندوق .

1) أ- أحسب إحتمال كلا من الحدثين A و B حيث :

A " سحب كريتين من نفس اللون " و B " سحب كريتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون " .

ب- عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون : $P(A) = \frac{17}{55}$.

2) نفرض فيما يلي : $n = 5$ و نسمي α و β العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .

نعتبر X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد : $\cos(\alpha)\cos(\beta)$.

أ- برّر أن قيم المتغيّر العشوائي X هي : $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ و 1 .

ب- بيّن أن : $P(X=0) = \frac{27}{55}$.

جـ- عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

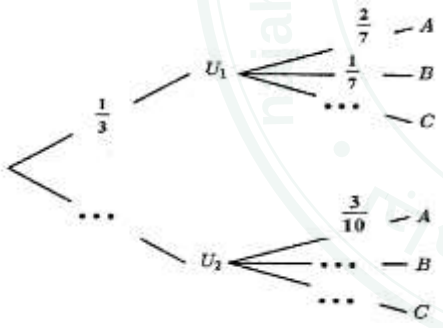
التمرين 29: بكالوريا شعبة رياضيات 2019 ـ الموضوع الثاني

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و ثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين . (كل الكريات متشابهة !)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1

و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2 .



نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ :

A : " سحب كريتين حمراوين " .

B : " سحب كريتين سوداوين " .

C : " سحب كريتين من لونين مختلفين " .

1) أنقل و أكمل شجرة الإحتمالات .

2) أحسب إحتمالات الأحداث A ، B و C .

نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

3) أ- عيّن قيم المتغيّر العشوائي X .

ب- عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X .

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين 30: بكالوريا شعبة رياضيات 2018 ـ الموضوع الثاني

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2

و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : -3 ، 2 ، 3 و كرية بيضاء مرقمة بـ : -1 .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .

B : " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .

C : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

أ ـ عيّن قيم المتغيّر العشوائي X ثم عرّف قانون إحتماله .

بـ ـ أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

جـ ـ أحسب إحتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " .

التمرين 31: بكالوريا شعبة رياضيات **2009** ـ الموضوع الأول ـ

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد .

أ ـ أحسب إحتمال الحصول على 3 كريات بيضاء .

بـ ـ أحسب إحتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الشامل الرائع في الإحتمالات

يحتوي صندوق U_1 على ستة كريات حمراء مرقمة 2 ،2 ،2 2,4,4 و أربع كريات سوداء مرقمة 4 4 ،2، 0

يحتوي صندوق U_2 على ثلاث كريات حمراء مرقمة 0 0 ،1 وكرية سوداء تحمل الرقم 2 و كرية بيضاء تحمل الرقم 3

الجزء الأول : نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع 3 كريات من الصندوق U_1

1- شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية (شجرة تخص الألوان فقط)

2- أحسب احتمال الحادثة A حادثة الحصول على 3 كرات حمراء

3- أحسب احتمال الحادثة B حادثة الحصول على كرية حمراء على الأقل

الجزء الثاني : نسحب عشوائيا كريتين في ان واحد من الصندوق U_1 و كرية واحدة من الصندوق U_2

1- علما أن الكرية المسحوبة من U_2 سوداء ماهو احتمال سحب كرية حمراء على الأقل

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة

أ- بين أن قيم المتغير العشوائي X هي 0 و 1

ب- احسب الأمل الرياضي ثم استنتج $E(1445X + 2024)$

ج- أحسب $P((\ln X)^2 - \ln X \leq 0)$

الجزء الثالث : نضيف n كرة سوداء الى الصندوق U_1 و n كرة حمراء الى الصندوق U_2

نسحب كرية واحدة من الصندوق U_1 و كرية واحدة من الصندوق U_2

لتكن C حادثة الحصول على كريتين من نفس اللون ـ عين قيمة n حتى يكون $P(C) = \frac{3}{7}$

الجزء الرابع : نعتبر الحالة الأولى لصندوق ,نسحب عشوائيا أربعة كريات في ان واحد من الصندوق U_1 ونعتبر الحوادث التالية : نعتبر الحادثة D "حادثة الحصول على اربع كريات من نفس اللون ".

والحادثة E "حادثة الحصول على اربع كريات تحمل نفس الرقم ".

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

والحادثة F "حادثة الحصول على اربع كريات يمكن أن تشكل 2024 ".

1- أحسب $P(D)$. $P(E)$ و $P(F)$ احتمال الحوادث F,E,D على الترتيب

2- علما أن الكريات الأربعة المسحوبة من نفس الرقم ما هو احتمال أن تكون من نفس اللون

الجزء الخامس : نسحب عشوائيا كريتين على التوالي بارجاع من الصندوق U_2 ونعتبر الحوادث التالية

نعتبر الحادثة G "حادثة الحصول على كريتين من نفس اللون ".

والحادثة H "حادثة الحصول على كريتين تحملان رقما فرديا ".

والحادثة I "حادثة الحصول على كرية بيضاء على الأقل ".

1- أحسب $P(G)$. $P(H)$ و $P(I)$ احتمال الحوادث I,H,G على الترتيب

2- نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل عملية سحب كريتين القيمة المطلقة لطرح العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين

أ- بين أن قيم المتغير العشوائي Y هي $0;1;2;3$

ب- بين أن $P(Y=0)=\frac{7}{25}$ ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y

ج- أحسب الأمل الرياضياتي $E(Y)$. التباين $V(Y)$ و الإنحراف المعياري $\delta(Y)$

د- استنتج كل من $V(Y+1962)$ و $V(-2Y)$ و $\delta(-1954Y)$

هـ- استنتج احتمال الحادثة $P(e^{2Y}-4e^{Y}+3=0)$

و- أحسب $P(Y>\int_0^1 \frac{1}{Y+1}.dY)$

الجزء السادس : نرمي زهر نرد غير مزيف مرقم 1 من إلى 6 مرة واحدة إذا ظهر أحد الأرقام 6 أو 3 نسحب كريتين على التوالي دون ارجاع من صندوق U_1 و إذا ظهر رقم آخر نسحب كريتين على التوالي بإرجاع من الصندوق U_2

1) شكل شجرة الإحتمال التي تنمذج هذه التجربة

2) ماهو احتمال الحادثة w حادثة سحب كريتين من نفس اللون

3) ماهو احتمال الحادثة S حادثة سحب كريتين مختلفتين في اللون

4) علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون ما هو احتمال أن تكونا من الصندوق U_1

الجزء السابع : نجمع كل الكريات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 و نضعها في صندوق U_3 و نسحب عشوائيا و في ان واحد ثلاث كريات من الصندوق U_3 ونعتبر الحوادث التالية

نعتبر الحادثة J "حادثة الحصول على ثلاث كريات تحمل رقما فردي ".

والحادثة K "حادثة الحصول على ثلاث كريات تحمل رقما زوجي ".

والحادثة L "حادثة الحصول على ثلاث كريات مجموع الأرقام الظاهرة عليها زوجي ".

1- أحسب $P(J)$. $P(K)$ و $P(L)$ احتمال الحوادث J,K,L على الترتيب

أ- نعتبر المتغير العشوائي Z الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كريات عدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Z

ب - نضيف الى الصندوق n كرية بيضاء , حيث $n\geq 2$ نعتبر الحدث M :الحصول على ثلاث كريات بيضاء أحسب : $P(M)$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} p\ (M)$ و ماذا تستنتج

الجزء الثامن : يتواجد في قاعة النشاطات بالثانوية 30 تلميذا منهم 10 ذكور من بينهم محمد و 20 اناث من بينهم فاطمة نريد تشكيل لجنة تضم ثلاث تلاميذ للمساعدة في انجاح تظاهرت يوم العلم و تسند مهام لهم المنشط و المنظم و مسؤول النشاطات ماهي عدد اللجان الممكن تشكيلها

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ماهو احتمال أن تكون أعضاء اللجنة من نفس الجنس
ماهو احتمال أن تضم اللجنة محمد
ماهو احتمال أن تضم اللجنة محمد و فاطمة معا
ماهو احتمال ان لا تضم اللجنة أحمد و فاطمة معا
ماهو احتمال أن يكون محمد مسؤول النشاطات

الجزء التاسع : نفس أسئلة الجزء الثامن تشكيل لجنة تضم ثلاث تلاميذ دون تحديد المهام

الجزء العاشر : **أحسب مايلي :**

1- المجموع $S_n = C_{n+2}^0 2^{n+2} + C_{n+2}^1 2^{n+1} \times 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n+2}^{n+2} 3^{n+2}$

2- المجموع $S_n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k (\frac{1}{2})^k$

3- المجموع $S_n = C_{n+2}^2 2^2 + C_{n+2}^3 2^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n+2}^{n+2} 2^{n+2}$

4- معامل x^5 في منشور العبارة $(2x^2 + \frac{3}{x})^7$

5- الحد الذي درجته 10 في منشور العبارة $(x-2)^{15}$

6- A و B حدثان غير متلائمين من فضاء العينة Ω حيث : $P(\overline{A}) = 2P(\overline{A \cup B}) = 0,75$ أحسب إحتمال الحدث B

7- A و B حدثان مستقلان حيث : $P_A(B) = 0,2$ و $P(A \cup B) = 0,48$، أحسب إحتمال الحدث A

نحمل الحل

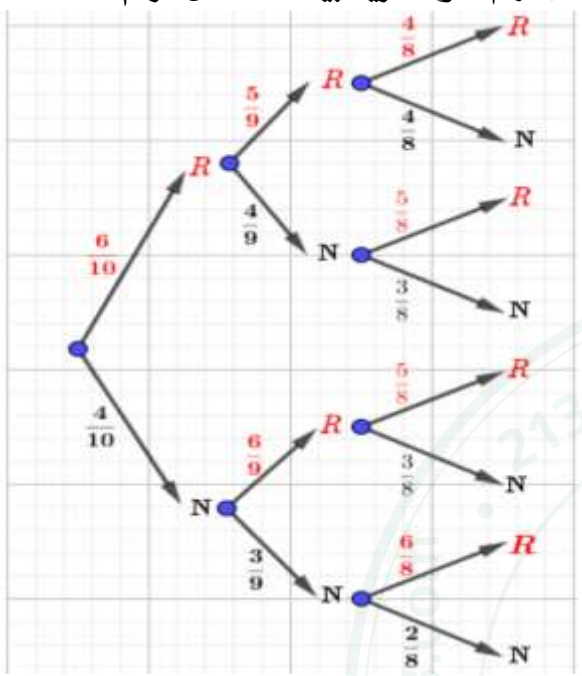
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أستاذ الرياضيات علاء الدين زايدي　　محور الإحتمالات　　التحضير الجيد لبكالوريا 20205

التصحيح المقترح للمسألة الشاملة في الإحتمالات

الجزء الأول : يحتوي صندوق U_1 على ستة كريات حمراء مرقمة 2 ، 2 ، 2 ، 2,4,4 و أربع كريات سوداء مرقمة 0 ، 2 ، 4 ، 4

يحتوي صندوق U_2 على ثلاث كريات حمراء مرقمة 0 ، 0 ، 1 وكرية سوداء تحمل الرقم 2 و كرية بيضاء تحمل الرقم 3 نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع 3 كريات من الصندوق U_1



1- تشكيل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية

2- حساب احتمال الحادثة A حادثة الحصول على 3 كرات حمراء

$$P(A)=\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{1}{6}$$

3- حساب احتمال الحادثة B حادثة الحصول على كرية حمراء على الأقل

نستخدم الحادثة المعاكسة $\overline{B}$ لم نسحب أي كرة حمراء

أي سحب ثلاث كرات سوداء

$$P(\overline{B})=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{1}{30}$$

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{1}{30}=\frac{29}{30}$$

ملاحظة هامة : يمكن استعمال الترتيبات لحل السؤالين السابقين على النحو الآتي:

حساب احتمال الحادثة A حادثة الحصول على 3 كرات حمراء

$$P(A)=\frac{A_6^3}{A_{10}^3}=\frac{1}{6}$$

حساب احتمال الحادثة B حادثة الحصول على كرية حمراء على الأقل　　الطريقة الأولى

أي سحب كرية حمراء وكريتين سوداوين مع مراعاة ترتيبهم (RNN,NRN,NNR) أي نضرب في 3

أو سحب كريتين حمراوين و كرية سوداء مع مراعاة ترتيبهم (RRN,NRR,RNR) أي نضرب في 3

أو سحب ثلاث كريات حمراء RRR

$$P(B)=\frac{3(A_6^1\times A_4^2)+3(A_6^2\times A_4^1)+A_6^3}{A_{10}^3}=\frac{29}{30}$$

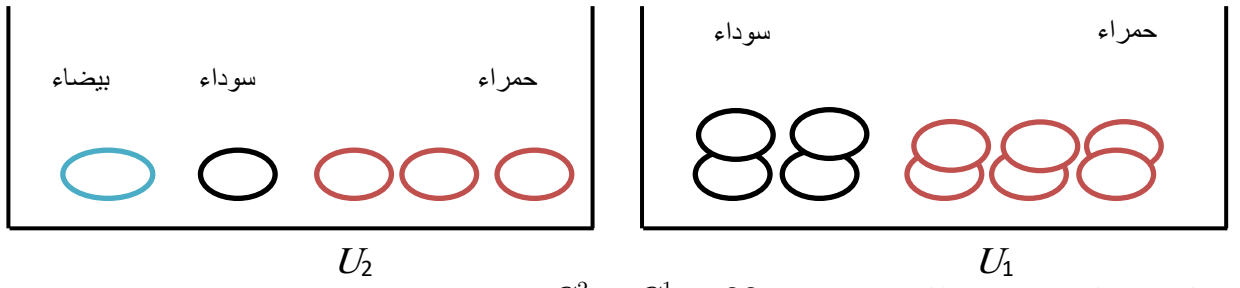
الطريقة الثانية نستخدم الحادثة المعاكسة $\overline{B}$ لم نسحب أي كرة حمراء أي سحب ثلاث كرات سوداء

$$P(\overline{B})=\frac{A_4^3}{A_{10}^3}=\frac{1}{30}$$

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{1}{30}=\frac{29}{30}$$

najah213.com · نجاح 213

الجزء الثاني : نسحب عشوائيا كريتين في ان واحد من الصندوق U_1 و كرية واحدة من الصندوق U_2



عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هي : $C_{10}^2 \times C_5^1 = 225$

1- علما أن الكرية المسحوبة من U_2 سوداء ماهو احتمال سحب كرية حمراء على الأقل

احتمال شرطي نسمي الكرية المسحوبة من U_2 سوداء بالحادثة N

نسمي سحب كرية حمراء على الأقل بالحادثة R

$$P_N(R) = \frac{P(R \cap N)}{P(N)}$$

$P(R \cap N)$ ماهو احتمال سحب كرية حمراء على الأقل و الكرية المسحوبة من U_2 سوداء

$$P(R \cap N) = \frac{C_1^1}{C_5^1} \times \frac{C_6^2 + C_6^1 \times C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{39}{225} = \frac{13}{75}$$

$P(N)$ ماهو احتمال سحب كرية سوداء من الصندوق U_2

$$P(N) = \frac{C_1^1}{C_5^1} \times \frac{C_{10}^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{5}$$

ومنه الاحتمال الشرطي $P_N(R) = \dfrac{P(R \cap N)}{P(N)} = \dfrac{\frac{13}{75}}{\frac{1}{5}} = \dfrac{13}{15}$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

أ- قيم المتغير العشوائي X هي 0 اذا لم نسحب أي كرية بيضاء و 1 اذا سحبنا كرية بيضاء

تعيين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

$$P(X=0) = \frac{C_4^1}{C_5^1} \times \frac{C_{10}^2}{C_{10}^2} = \frac{39}{225} = \frac{4}{5} \quad \text{و} \quad P(X=1) = \frac{C_1^1}{C_5^1} \times \frac{C_{10}^2}{C_{10}^2} = \frac{45}{225} = \frac{1}{5}$$

ب- حساب الأمل الرياضياتي : $E(X) = 0 \times \dfrac{4}{5} + 1 \times \dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{5}$ استنتاج قيمة $E(1445X + 2024)$

$$E(1445X + 2024) = 1445 \times \frac{1}{5} + 2024 = 2313$$

ج- حساب $P((\ln X)^2 - \ln X \leq 0)$ نقوم أولا بحل المتراجحة $(\ln X)^2 - \ln X \leq 0$ أي أن

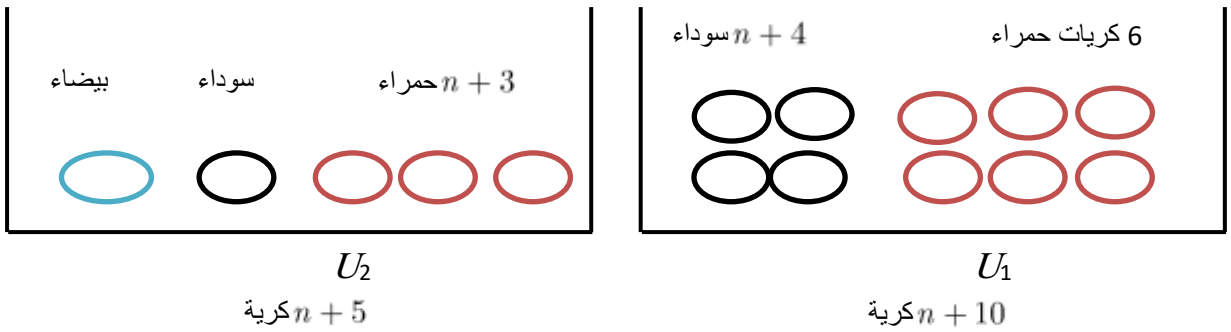
$(\ln X)(\ln X - 1) \leq 0$

حلول المتراجحة هي : $[1;e]$ ومنه قيم المتغير العشوائي التي تنتمي الى هذا المجال هي $X = 1$

ومنه $P((\ln X)^2 - \ln X \leq 0) = P(X=1) = \dfrac{1}{5}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الجزء الثالث : نضيف n كرية سوداء الى الصندوق U_1 و n كرية حمراء الى الصندوق U_2



نسحب كرية واحدة من الصندوق U_1 و كرية واحدة من الصندوق U_2

لتكن C حادثة الحصول على كريتين من نفس اللون ومنه (سحب كرية حمراء من الصندوق U_1 و كرية حمراء من الصندوق U_2) أو (سحب كرية سوداء من الصندوق U_1 و كرية سوداء من الصندوق U_2)

ملاحظة : في حالة سحب كرية واحدة لايهم طريقة السحب نستعمل إما التوفيقة أو القائمة أو الترتيبة أو مخطط لتعيين الإحتمال

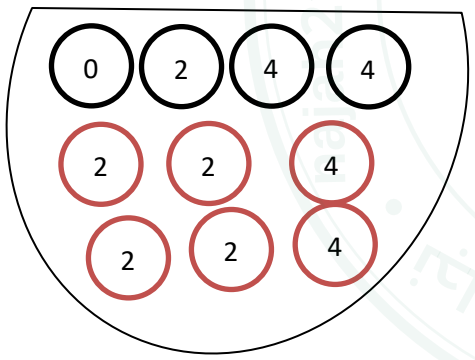
$$P(C)=\frac{6}{n+10}\times\frac{n+3}{n+5}+\frac{n+4}{n+10}\times\frac{1}{n+5}=\frac{7n+22}{n^2+15n+50}$$

تعين قيمة n حتى يكون $P(C)=\frac{3}{7}$ نضع $\frac{7n+22}{n^2+15n+50}=\frac{3}{7}$ تكافئ $3n^2+45n+150=49n+154$

تكافئ $3n^2-4n-4=0$ باستعمال المميز نجد الحل الأول مرفوض لأن n عدد طبيعي $n=-\frac{2}{3}$

و الحل الثاني مقبول $n=2$

أي ان قيمة n حتى يكون $P(C)=\frac{3}{7}$ هي $n=2$



الجزء الرابع :

نسحب عشوائيا أربعة كريات في ان واحد من الصندوق U_1

عدد الحالات الممكنة لهذا السحب $C_{10}^4=\frac{10!}{4!(10-4)!}=210$

نعتبر الحادثة D "حادثة الحصول على اربع كريات من نفس اللون". $RRRR$ أو $NNNN$

$$P(D)=\frac{C_6^4+C_4^4}{210}=\frac{16}{210}=\frac{8}{105}$$

الحادثة E "حادثة الحصول على اربع كريات تحمل نفس الرقم". 4444 أو 2222

$$P(E)=\frac{C_5^4+C_4^4}{210}=\frac{6}{210}=\frac{1}{35}$$

الحادثة F "حادثة الحصول على اربع كريات يمكن أن تشكل 2024".

كريتان تحملان الرقم 2 وكرية تحمل الرقم 0 و كرية تحمل الرقم 4

$$P(E)=\frac{C_5^2\times C_1^1\times C_4^1}{210}=\frac{40}{210}=\frac{4}{21}$$

علما أن الكريات الأربعة المسحوبة من نفس الرقم ما هو احتمال أن تكون من نفس اللون

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

احتمال شرطي : الكريات المسحوبة من نفس الرقم هي الحادثة E الكريات المسحوبة من نفس اللون هي الحادثة D

$$P_E(D)=\frac{P(D\cap E)}{P(E)}$$

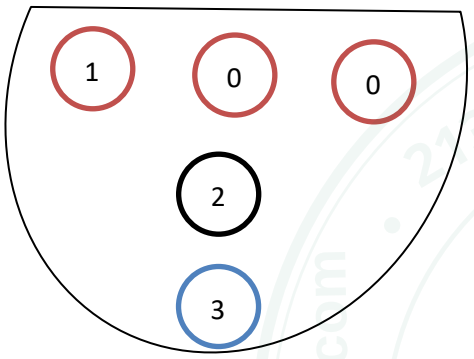
$P(D\cap E)$ ماهو احتمال أن تكون الكريات الأربع المسحوبة من نفس اللون و من نفس الرقم

$$P(D\cap E)=\frac{C_4^4}{210}=\frac{1}{210}$$

الحادثة E "حادثة الحصول على اربع كريات تحمل نفس الرقم". 4444 أو 2222

$$P(E)=\frac{C_5^4+C_4^4}{210}=\frac{6}{210}=\frac{1}{35}$$

ومنه الاحتمال الشرطي $P_E(D)=\frac{P(D\cap E)}{P(E)}=\frac{\frac{1}{210}}{\frac{1}{35}}=\frac{1}{6}$



الجزء الخامس: نسحب عشوائيا كريتين على التوالي بارجاع من الصندوق U_2 نستعمل القائمة $5^2=25$

ملاحظة يمكن إستعمال الشجرة لحل هذا الجزء "التكرار موجود".

الحادثة G "حادثة الحصول على كريتين من نفس اللون".

RR أو NN أو BB

$$P(G)=\frac{3^2+1^2+1^2}{5^2}=\frac{11}{25}$$

الحادثة H "حادثة الحصول على كريتين تحملان رقما فرديا".

$$P(H)=\frac{1^1\times1^1+1^1\times1+1^2+1^2}{5^2}=\frac{4}{25}$$

طريقة01 31 أو 13 أو 11 أو 33

طريقة 02 كريتان تحملان رقما فرديا من بين كريتين $P(H)=\frac{2^2}{5^2}=\frac{4}{25}$

الحادثة I "حادثة الحصول على كرية بيضاء على الأقل".

طريقة 01 كرة بيضاء وكرة لون آخر". أو العكس الترتيب مهم". أو كريتين بيضاوين

$$P(I)=\frac{2(1^1\times4^1)+1^2}{5^2}=\frac{9}{25}$$

طريقة 02 نستعمل الحادثة المعاكسة لم نسحب أي كرة بيضاء

$$P(I)=1-\frac{4^2}{5^2}=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$$

نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل عملية سحب كريتين القيمة المطلقة لطرح العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين

تبيان أن قيم المتغير العشوائي Y هي $0;1;2;3$

$Y=0$ معناه سحب كريتين من نفس الرقم

$Y=1$ معناه سحب 01 او العكس أو 21 أو العكس أو 32 أو العكس

$Y=2$ معناه سحب 20 او العكس أو 31 أو العكس

$Y=3$ معناه سحب 30 أو العكس ملاحظة العكس يعني الترتيب 30 أو 03

والجدول الآتي يشرح كيفية تعيين قيم المتغير العشوائي

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$\lvert\alpha-\beta\rvert$	0	0	1	2	3
0	0	0	1	2	3
0	0	0	1	2	3
1	1	1	0	1	2
2	2	2	1	0	1
3	3	3	2	1	0

تبيان أن $P(Y=0)=\frac{7}{25}$ $P(Y=0)=\frac{2^2+1^2+1^2+1^2}{25}=\frac{7}{25}$ يمكن الاستعانة بالجدول لحل السؤال

تعريف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y

$$P(Y=0)=\frac{7}{25}$$

$$P(Y=1)=\frac{2(2^1\times1^1)+2(1^1\times1^1)+2(1^1\times1^1)}{25}=\frac{8}{25}$$

$$P(Y=2)=\frac{2(2^1\times1^1)+2(1^1\times1^1)}{25}=\frac{6}{25}$$

$$P(Y=3))=\frac{2(2^1\times1^1)}{25}=\frac{4}{25}$$

Y	0	1	2	3
$P(Y=Y_i)$	$\frac{7}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$

حساب الأمل الرياضياتي $E(Y)$.

$$E(Y)=\sum_{i=0}^{3}Y_iP_i=0\times\frac{7}{25}+1\times\frac{8}{25}+2\times\frac{6}{25}+3\times\frac{4}{25}=\frac{32}{25}=\boxed{1,28}$$

حساب التباين $V(Y)$

$$V(Y)=E(Y^2)-(E(Y))^2=\sum_{i=0}^{3}Y^2{}_iP_i-\left[\sum_{i=0}^{3}Y_iP_i\right]^2=0^2\times\frac{7}{25}+1^2\times\frac{8}{25}+2^2\times\frac{6}{25}+3^2\times\frac{4}{25}-(\frac{32}{25})^2=\frac{676}{625}=\boxed{1,0816}$$

حساب الإنحراف المعياري $\delta(Y)=\sqrt{V(Y)}=\sqrt{\frac{676}{625}}=\frac{26}{25}=\boxed{1,04}$

استنتاج $V(Y+1962)$

نعلم أن $Var(Y+b)=Var(Y)$ ومنه $V(Y+1962)=V(Y)=1,0816$.

استنتاج $V(-2Y)$

نعلم أن $Var(aY)=a^2\ Var(Y)$ ومنه $V(-2Y)=4V(Y)=4\times1,0816=\frac{2704}{625}$.

استنتاج $\delta(-1954Y)$

نعلم أن $\delta(aY)=\lvert a\rvert\delta(Y)$ ومنه $\delta(-1954Y)=\lvert-1954\rvert\delta(Y)=1954\times\frac{26}{25}=2032,16$

استنتاج احتمال الحادثة $P(e^{2Y}-4e^{Y}+3=0)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

نحل المعادلة $e^{2Y}-4e^{Y}+3=0$ نضع $e^{Y}=t$ تكافئ $t^2-4t+3=0$ نستعمل المميز لتعيين حلول t

$t_1=1$ أو $t_2=3$ تكافئ $e^{Y}=1$ أي $Y=0$ أو $e^{Y}=3$ أي $Y=\ln 3$ مرفوض

ومنه $P(e^{2Y}-4e^{Y}+3=0)=P(Y=0)=\frac{7}{25}$

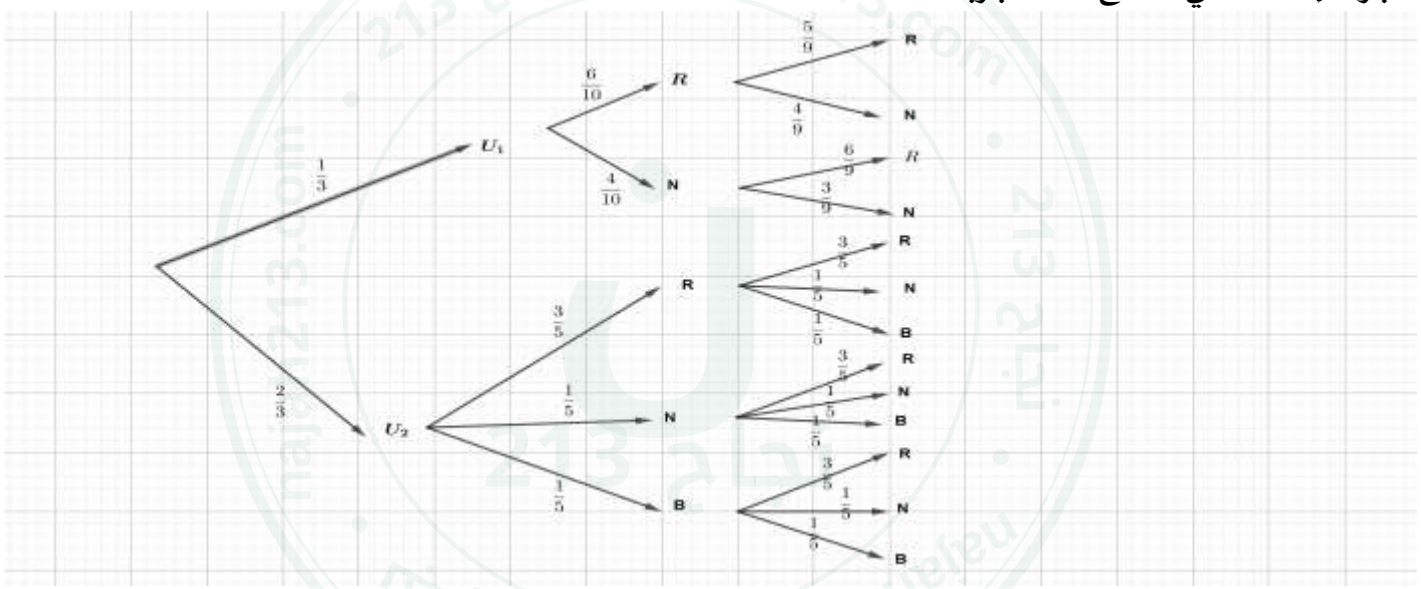
حساب $P(Y>\int_0^1 \frac{1}{Y+1}.dY)$ نقوم بحساب التكامل و حل المتراجحة

$\int_0^1 \frac{1}{Y+1}.dY=\left[\ln(Y+1)\right]_0^1=\ln 2$ حلول المتراجحة $Y>\ln 2$ هي : $]\ln 2;+\infty[$ ومنه قيم المتغير العشوائي التي تنتمي الى هذا المجال $Y=1;Y=2;Y=3$

ومنه $P(Y>\int_0^1 \frac{1}{Y+1}.dY)=P(Y=1)+P(Y=2)+P(Y=3)=\frac{18}{25}$

الجزء السادس نرمي زهر نرد غير مزيف مرقم 1 من إلى 6 مرة واحدة إذا ظهر أحد الأرقام 6 أو 3 نسحب كريتين على التوالي دون ارجاع من صندوق U_1 و إذا ظهر آخر نسحب كريتين على التوالي بإرجاع من الصندوق U_2

شجرة الإحتمال التي تنمذج هذه التجربة



احتمال سحب كريتين من نفس اللون RR من الصندوق U_1 أو NN من الصندوق U_1 أو RR من الصندوق U_2 أو NN من الصندوق U_2 أو BB من الصندوق U_2

$P(w)=(\frac{1}{3}\times\frac{6}{10}\times\frac{5}{9})+(\frac{1}{3}\times\frac{4}{10}\times\frac{3}{9})+(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5})+(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5})+(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5})=\frac{101}{225}$

احتمال سحب كريتين مختلفتين في اللون: هي الحادثة المعاكسة لسحب كريتين من نفس اللون

$P(S)=1-\frac{101}{225}=\frac{124}{225}$

- علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون ما هو احتمال أن تكونا من الصندوق U_1

نسمي الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون الحادثة S

نسمي الكريتين المسحوبتين من الصندوق U_1 الحادثة T

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$P_S(T)=\frac{P(T\cap S)}{P(S)}$$

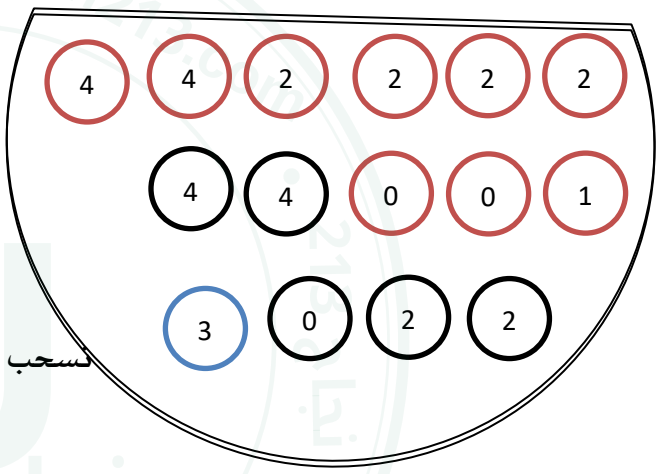
$P(T\cap S)$ الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون و من الصندوق U_1

$$P(T\cap S)=\frac{1}{3}\times\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}=\frac{48}{270}=\frac{8}{45}$$

الحادثة S "الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون نعلم أن $P(S)=\frac{124}{225}$".

$$P_S(T)=\frac{P(T\cap S)}{P(S)}=\frac{\frac{8}{45}}{\frac{124}{225}}=\frac{10}{31}$$ ومنه

الجزء السابع : نجمع كل الكريات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 و نضعها في صندوق U_3



ثلاثة عشر كرية تحمل رقم زوجي

كريتين تحملان رقم فردي

نسحب عشوائيا و في ان واحد ثلاث كريات من الصندوق U_3

عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هي $C_{15}^3=455$

الحادثة J "حادثة الحصول على ثلاث كريات تحمل رقما فردي".
حادثة مستحيلة $P(J)=0$
الحادثة K "حادثة الحصول على ثلاث كريات تحمل رقما زوجي".

$$P(K)=\frac{C_{13}^3}{455}=\frac{286}{455}=\frac{22}{35}$$

الحادثة L "حادثة الحصول على ثلاث كريات مجموع الأرقام الظاهرة عليها زوجي".
ثلاث كرات تحمل رقما زوجيا أو كريتان تحملان رقما فرديا و كرية تحمل رقم زوجي

$$P(L)=\frac{C_{13}^3+C_2^2\times C_{13}^1}{455}=\frac{299}{455}=\frac{23}{35}$$

نعتبر المتغير العشوائي Z الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كريات عدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا
قيم المتغير العشوائي Z هي $1;2;3$
قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Z

$$P(Z=1)=\frac{C_2^2\times C_{13}^1}{455}=\frac{13}{455}=\frac{1}{35}$$

Z	1	2	3
$P(Z=Z_i)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{22}{35}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$P(Z=2)=\frac{C_2^1\times C_{13}^2}{455}=\frac{156}{455}=\frac{12}{35}$$

$$P(Z=3)=\frac{C_{13}^3}{455}=\frac{286}{455}=\frac{22}{35}$$

نضيف الى الصندوق n كرية بيضاء , نعتبر الحدث M :الحصول على ثلاث كريات بيضاء

عدد الحالات الممكنة لهذا السحب $C_{n+15}^3=\frac{n+15\ !}{3!\ n+15-3\ !}=\frac{n+15\quad n+14\quad n+13}{3!}$

عدد الحالات الملائمة لهذا السحب هي $C_{n+1}^3=\frac{n+1\ !}{3!\ n+1-3\ !}=\frac{n+1\quad n\quad n-1}{3!}$

$$P(M)=\frac{C_{n+1}^3}{C_{n+15}^3}=\frac{(n+1)(n)(n-1)}{(n+15)(n+14)(n+13)}$$

النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}P(M)=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^3}{n^3}=1$

نستنتج أن حادثة الحصول على ثلاث كرات بيضاء هي حادثة أكيدة لما n يكون كبير بالقدر الكافي

الجزء الثامن : يتواجد في قاعة النشاطات بالثانوية 30 تلميذا منهم 10 ذكور من بينهم محمد و 20 اناث من بينهم فاطمة نريد تشكيل لجنة تضم ثلاث تلاميذ للمساعدة في انجاح تظاهرت يوم العلم و تسند مهام لهم المنشط و المنظم و مسؤول النشاطات

عدد اللجان الممكن تشكيلها هو $A_{30}^3=24360$ نستعمل الترتيبة لأن المهام محددة

احتمال أن تكون أعضاء اللجنة من نفس الجنس هو : $\frac{A_{20}^3+A_{10}^3}{A_{30}^3}=\frac{7560}{24360}=\frac{9}{29}$

احتمال أن تضم اللجنة محمد $\frac{3\times A_1^1\times A_{29}^2}{A_{30}^3}=\frac{2436}{24360}=\frac{1}{10}$

احتمال أن تضم اللجنة محمد و فاطمة معا $\frac{6\times A_1^1\times A_1^1\times A_{28}^1}{A_{30}^3}=\frac{168}{24360}=\frac{1}{145}$

احتمال ان لا تضم اللجنة أحمد و فاطمة : معناه اللجنة تضم أحمد و شخصين أو فاطمة و شخصين أو 3أشخاص اخرين

$$\frac{3\times A_1^1\times A_{28}^2+3\times A_1^1\times A_{28}^2+A_{28}^3}{A_{30}^3}=\frac{144}{145}$$

طريقة أخرى نستعمل الحادثة المعاكسة اللجنة تضم محمد وفاطمة معا $1-\frac{1}{145}=\frac{144}{145}$

احتمال أن يكون محمد مسؤول النشاطات $\frac{A_1^1\times A_{29}^2}{A_{30}^3}=\frac{812}{24360}=\frac{1}{30}$

الجزء التاسع : يتواجد في قاعة النشاطات بالثانوية 30 تلميذا منهم 10 ذكور من بينهم محمد و 20 اناث من بينهم فاطمة نريد تشكيل لجنة تضم ثلاث تلاميذ للمساعدة في انجاح مناسبة يوم العلم

عدد اللجان الممكن تشكيلها هو $C_{30}^3=4060$ نستعمل التوفيقة لأن المهام غير محددة

احتمال أن تكون أعضاء اللجنة من نفس الجنس هو : $\frac{C_{20}^3+C_{10}^3}{C_{30}^3}=\frac{1260}{4060}=\frac{9}{29}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com · نجاح 213

najah213.com · نجاح 213

احتمال أن تضم اللجنة محمد $\frac{C_1^1 \times C_{29}^2}{C_{30}^3} = \frac{1}{10}$

احتمال أن تضم اللجنة محمد و فاطمة معا $\frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_{28}^1}{C_{30}^3} = \frac{28}{4060} = \frac{1}{145}$

احتمال ان لا تضم اللجنة أحمد و فاطمة : معناه اللجنة تضم أحمد و شخصين أو فاطمة و شخصين أو 3أشخاص اخرين

$$\frac{C_1^1 \times C_{28}^2 + C_1^1 \times C_{28}^2 + C_{28}^3}{C_{30}^3} = \frac{144}{145}$$

طريقة أخرى نستعمل الحادثة المعاكسة اللجنة تضم محمد وفاطمة معا $1 - \frac{1}{145} = \frac{144}{145}$

الجزء العاشر

السؤال الأول

1- المجموع $S_n = C_{n+2}^0 2^{n+2} + C_{n+2}^1 2^{n+1} \times 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n+2}^{n+2} 3^{n+2}$

نعلم أن $(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \ldots\ldots + C_n^n a^0 b^n$

نلاحظ أن $a = 2$ و $b = 3$ ومنه المجموع

$$S_n = C_{n+2}^0 2^{n+2} + C_{n+2}^1 2^{n+1} \times 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n+2}^{n+2} 3^{n+2}$$

$$S_n = (a+b)^{n+2} = (2+3)^{n+2} = (5)^{n+2}$$

السؤال الثاني

المجموع $S_n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k (\frac{1}{2})^k$

نعلم أن $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$

نلاحظ أن $a = 1$ و $b = \frac{1}{2}$ ومنه المجموع $S_n = (a+b)^n = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$

السؤال الثالث

المجموع $S_n = C_{n+2}^2 2^2 + C_{n+2}^3 2^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n+2}^{n+2} 2^{n+2}$

نلاحظ أن $a = 1$ و $b = 2$ ومن جهة أخرى نلاحظ أن المجموع بدأ من $C_{n+2}^2 2^2$ أي سنقوم بإضافة و طرح

$C_{n+2}^0 2^0 + C_{n+2}^1 2^1$

$$S_n = \underbrace{C_{n+2}^0 2^0 + C_{n+2}^1 2^1 + C_{n+2}^2 2^2 + C_{n+2}^3 2^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n+2}^{n+2} 2^{n+2}}_{(1+2)^{n+2}} - \underbrace{C_{n+2}^0 2^0}_{1} - \underbrace{C_{n+2}^1 2^1}_{2(n+2)}$$

ومنه المجموع : $S_n = (3)^{n+2} - 1 - 2n - 4 = (3)^{n+2} - 2n - 5$

السؤال الرابع

ايجاد معامل x^5 في نشر العدد $(2x^2 + \frac{3}{x})^7$ نستعمل الحد العام $C_n^k a^{n-k} b^k$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

نلاحظ أن $a=2x^2$ و $b=\frac{3}{x}$ و $n=7$ بالتعويض في الحد العام نجد $C_7^k(2x)^{7-k}(\frac{3}{x})^k$

$$C_7^k(2x^2)^{7-k}(\frac{3}{x})^k=C_7^k(2)^{7-k}(x^2)^{7-k}(x^{-1})^k(3)^k=C_7^k(2)^{7-k}(x)^{14-2k}(x)^{-k}(3)^k=C_7^k(3)^k(2)^{7-k}(x)^{14-3k}$$

نضع $14-3k=5$ (معامل x^5) تكافئ $k=3$ بالتعويض في الحد العام نجد $C_7^3(3)^3(2)^{7-3}(x)^{14-3\times3}$

تكافئ $C_7^3(3)^3(2)^4(x)^5$ ومنه معامل x^5 في نشر العبارة $(2x^2+\frac{3}{x})^7$ هو $C_7^3(3)^3(2)^4=15120$

السؤال الخامس

الحد الذي درجته 10 في نشر العبارة $(x-2)^{15}$ نستعمل الحد العام $C_n^k a^{n-k}b^k$

نلاحظ أن $a=x$ و $b=-2$ و $n=15$ بالتعويض في الحد العام نجد $C_{15}^k(x)^{15-k}(-2)^k$

نضع $15-k=10$ الحد الذي درجته 10 تكافئ $k=5$ بالتعويض في الحد العام نجد $C_{15}^5(x)^{15-5}(-2)^5$

تكافئ $C_{15}^5(x)^{10}(-2)^5$ الحد الذي درجته 10 في نشر العبارة هو $C_{15}^5(x)^{10}(-2)^5=-96096x^{10}$

السؤال السادس

A و B حدثان غير متلائمين من فضاء العينة Ω حيث : $P(\overline{A})=2P(\overline{A\cup B})=0,75$ أحسب إحتمال الحدث B

لدينا $P(\overline{A})=0,75$ ومنه $P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,75=0,25$

لدينا $2P(\overline{A\cup B})=0,75$ ومنه $P(\overline{A\cup B})=\frac{3}{8}$ ومنه $P(A\cup B)=1-P(\overline{A\cup B})=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

نعلم أن $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ومنه $P(B)=P(A\cup B)-P(A)+\cancel{P(A\cap B)}$ ومنه

$P(B)=\frac{5}{8}-\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$ ملاحظة هامة : احتمال التقاطع معدوم لأن الحدثان غير متلائمان

توجد طرق أخرى للحل

السؤال السابع

A و B حدثان مستقلان حيث : $P_A(B)=0,2$ و $P(A\cup B)=0,48$ ،أحسب إحتمال الحدث A

بما أن A و B حدثان مستقلان فإن $P_A(B)=P(B)=0,2$.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$

$$P(A\cup B)=P(A)(1-P(B))+P(B)$$

$$P(A\cup B)-P(B)=P(A)(1-P(B))$$

ومن جهة أخرى

$$P(A)=\frac{P(A\cup B)-P(B)}{(1-P(B)}$$

$$P(A)=\frac{P(A\cup B)-P(B)}{1-P(B)}$$

$$P(A)=\frac{P(A\cup B)-P(B)}{1-P(B)}=\frac{0,48-0,2}{1-0,2}=\frac{7}{20}=0,35$$

انتهى التصحيح المقترح للمسألة الشاملة في الإحتمالات

أعتذر عن أي خطأ حسابي يمكن ان يكون في التصحيح

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تحتوي هذه المجلة على :

1- ملخص رائع للمحور

2- تمارين الإحتمالات الواردة في شهادة البكالوريا مقسمة حسب الشعب

3- المسألة الشاملة في الإحتمالات مرفقة بتصحيح مفصل



رابط حسابي على الأنستغرام لمزيد من الأفكار

@LILOUU_ZD_PROF_MATH

بالتوفيق في شهادة البكالوريا BAC2025

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أستاذ الرياضيات علاء الدين زايدي | محور الإحتمالات | التحضير الجيد لبكالوريا 20205

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com