najah213.com · نجاح 213

النهايات

1- نهاية بعض الدوال المرجعية

الدالة مقلوب	دالة جذرية	دالة $x \mapsto x^n$ حيث $n \in \mathbb{N}$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$	إذا كان n عدد زوجي $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = +\infty$
$\lim\limits_{\substack{>\\ x\to0}} \frac{1}{x} = +\infty$	$\lim\limits_{\substack{>\\ x\to a}} \frac{1}{\sqrt{x-a}} = +\infty$	إذا كان n عدد فردي $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = -\infty$
$\lim\limits_{\substack{<\\ x\to0}} \frac{1}{x} = -\infty$	$\lim\limits_{\substack{<\\ x\to a}} \frac{1}{\sqrt{a-x}} = +\infty$	

2- حالات عدم التعيين وطرق إزالتها

حالات عدم التعيين	$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$0\times\infty$	$+\infty-\infty$
حالات يمكن تعيينها	$\frac{l}{\infty}=0$	$\frac{0}{\infty}=0$	$\frac{l}{0}=\infty$	$\frac{\infty}{0}=\infty$

طرق إزالة حالات عدم التعين

- ❖ نهاية دوال كثيرات الحدود عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$، نحسب نهاية الحد الأعلى (الأكبر) درجة.
- ❖ نهاية دوال الناطقة عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$، نحسب نهاية الحد الأعلى درجة في البسط على الحد الأعلى درجة في المقام.
- ❖ نهاية دوال جذرية عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$ أو x_0، في غالب الحالات نضرب ونقسم في المرافق.
- ❖ نهاية دوال عندما يؤول x إلى x_0، نستعمل التحليل أو العامل المشترك أو العدد لمشتق.

3- مبرهنات في النهايات: $f; g$ و h دوال و l عدد حقيقي.

مبرهنة المقارنة

- ❖ إذا كانت $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = +\infty$ وكان $f(x) \geq g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = +\infty$.
- ❖ إذا كانت $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = -\infty$ وكان $f(x) \leq g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = -\infty$.
- ❖ إذا كانت $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0$ وكان $|f(x)-l| \leq g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = l$

مبرهنة الحصر

إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = l$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = l$

وإذا كان من أجل x كبير بالقدر الكافي $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$.

مبرهنة التركيب

a ، b و c تمثل أعددا حقيقية أو $+\infty$ أو $-\infty$. u ، v و f دوال حيث $f = v \circ u$.

إذا كانت $\lim\limits_{x\to a} u(x) = b$ وكانت $\lim\limits_{x\to b} v(x) = c$ فإن $\lim\limits_{x\to a} f(x) = c$

4- نهاية الدوال المثلثية:

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin(x)}{x}=1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\tan(x)}{x}=1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\sin(\alpha\times x)}{\sin(\beta\times x)}=\frac{\alpha}{\beta} \quad \lim_{x\to0}\frac{1-\cos(x)}{x}=0 \quad \lim_{x\to0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{1}{2}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com