najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
الدورة الاستثنائية: 2017

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: 03 سا و30 د

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ المعرفتين على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n + 1 \end{cases}.$$

**1)** احسب الحدّين: $u_1$ و $v_1$ .

**2) أ)** اكتب $u_{n+2} - u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1} - u_n$.

**ب)** باستعمال البرهان بالتراجع برهن أنّ المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما والمتتالية $(v_n)$ متناقصة تماما.

**3)** نعتبر المتتالية $(w_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = u_n - v_n$.

برهن أنّ المتتالية $(w_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ و حدّها الأوّل $w_0$ ثم عبّر عن $w_n$ بدلالة $n$.

**4)** بيّن أنّ المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ متجاورتان.

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;1;-1)$ ، $B(2;-1;-1)$ و $C(4;-4;-2)$ والمستوي $(P)$ ذا المعادلة الديكارتية : $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

**1)** بيّن أنّ النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعيّن مستويا.

**2)** بيّن أنّ المستويين $(P)$ و $(ABC)$ غير متوازيين.

**3)** تحقق أنّ الجملة : $\begin{cases} x = -2 + \alpha - 3\beta \\ y = 6 - 2\alpha + 5\beta \\ z = \beta \end{cases}$ ; $(\alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستوي $(ABC)$.

**4)** جد تمثيلا وسيطيا لـ $(\Delta)$ مستقيم تقاطع المستويين $(P)$ و $(ABC)$.

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

**I)** حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$.

**II)** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ حيث: $\|\vec{u}\| = 2cm$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



لتكن النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها: $z_A = 2$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z}_B$ ($\overline{z}_B$ هو مرافق $z_B$)

**1)** أ) اكتب العدد $z_B$ على الشكل الأسّي ثمّ استنتج الشكل الأسّي للعدد المركب $z_C$.

**ب)** عين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$، ثمّ أنشئ النقط $A$ ، $B$ و $C$.

**2)** ليكن $S$ التشابه المباشر الذي مركزه النقطة $O$ ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

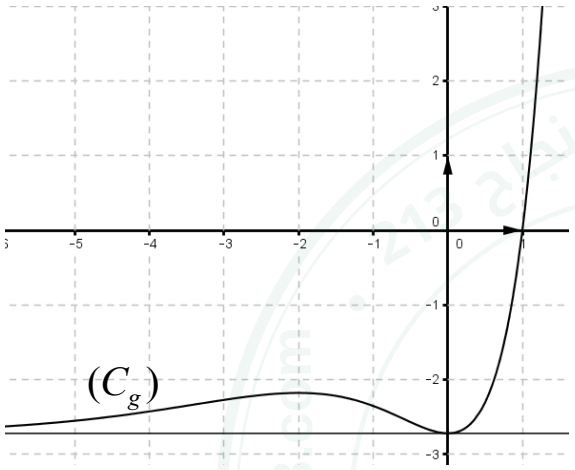
أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه $S$ ثم عين لاحقة كل من $A'$، $B'$ و $C'$ صور النقط $A$، $B$ و $C$ على الترتيب بالتشابه $S$ ثم أنشئ في المعلم السابق النقط $A'$ ، $B'$ و $C'$.

**ب)** احسب بالسنتمتر المربع مساحة المثلث $A'B'C'$.

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

**I)** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^2e^x - e$

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل ).




- احسب $g(1)$.
- بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$.

**II)** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1)** احسب النهايات الآتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

**2)** بيّن أنّ المنحنى $(\gamma)$ الذي معادلته : $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى $(C_f)$ متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\gamma)$.

**3)** بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم $x$ لدينا : $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$.

**4)** استنتج أنّ الدالة $f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$.

**5)** بين كيف يمكن إنشاء المنحنى $(\gamma)$ انطلاقا من منحنى الدالة: $x \mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين $(\gamma)$ و $(C_f)$ في نفس المعلم السابق.

**6)** ليكن $n$ عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(\gamma)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -e^n$ و $x = -e^{n+1}$.

احسب العدد الحقيقي $l$ حيث $l = A(0) + A(1) + \cdots + A(2016)$

**انتهى الموضوع الأول**



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-8;0;-2)$، $B(1;2;1)$، $C(2;3;-1)$ و $E(1;1;4)$ والمستوي $(P)$ ذا المعادلة: $2x+y-3=0$.

**1)** أ) بيّن أنّ النقط $A$، $B$ و $C$ تعيّن مستويا.

**ب)** عيّن قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ حتّى يكون $\vec{n}(1;\alpha;-1)$ شعاعاً ناظما للمستوي $(ABC)$ ثم عيّن معادلة ديكارتية له.

**2)** بيّن أنّ المستويين $(ABC)$ و $(P)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$، ثمّ تحقّق أنّ النقطة $E$ تنتمي إلى $(\Delta)$ و $\vec{u}(1;-2;7)$ شعاع توجيه له.

**3)** لتكن النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-2),(C;3)\}$، نرمز بـ $(\Gamma)$ الى مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق: $(\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC})\cdot(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$

عيّن إحداثيات النقطة $G$، ثمّ حدّد طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ واكتب معادلة ديكارتية لها.

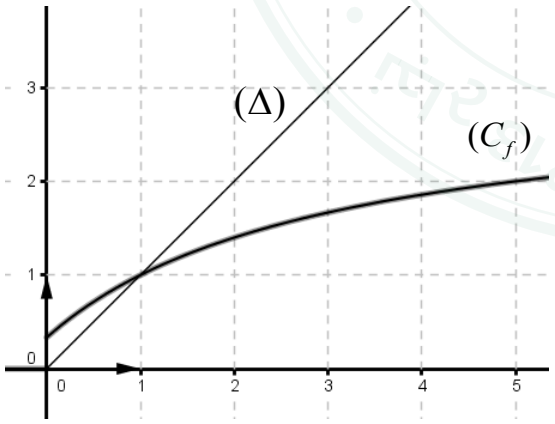
**4)** عين إحداثيات نقط تقاطع $(P)$ ، $(ABC)$ و $(\Gamma)$.

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x+3}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ والمستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x$.

$\alpha$ عدد حقيقي موجب، $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0$ حيث $u_0=\alpha$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=f(u_n)$




**I)** عيّن قيمة $\alpha$ حتّى تكون $(u_n)$ متتالية ثابتة.

**II)** نضع في كل ما يلي $\alpha=5$

**1)** أ) انقل الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$، $u_3$ (دون حساب الحدود)

**ب)** ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

**2)** نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$.

أ) برهن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ يطلب تعيين حدّها الأول.

**ب)** عبّر بدلالة $n$ عن $v_n$ و $u_n$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

**3)** احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=v_n+v_{n+1}+\cdots+v_{n+2016}$.

ثمّ استنتج بدلالة $n$ المجموع $S'_n$ حيث: $S'_n=\dfrac{1}{u_n+1}+\dfrac{1}{u_{n+1}+1}+\dfrac{1}{u_{n+2}+1}+\cdots+\dfrac{1}{u_{n+2016}+1}$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها $z_A=-3-2i$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=4-3i$ .

**1)** عيّن النسبة وزاوية للتشابه المباشر $S$ ذي المركز $A$ والذي يحوّل النقطة $B$ إلى النقطة $C$.

**2)** اكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث $ABC$.

**3)** نرمز بـ $G$ الى مركز ثقل المثلث $ABC$ و بـ $I$ الى منتصف القطعة $[AC]$

عيّن كلاً من $z_G$ و $z_I$ لاحقتي النقطتين $G$ و $I$ ، ثمّ بيّن أنّ النقط $B$، $G$ و $I$ في استقامية.

**4)** نعتبر النقطة $D$ نظيرة $B$ بالنسبة إلى $I$، حدّد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

**5)** نعتبر $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=5\sqrt{2}$ .

**أ)** تحقق أنّ النقطة $C$ تنتمي الى $(\Gamma)$.

**ب)** عيّن طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ ثم أنشئها .

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

**I)** نعتبر $f$ الدالة العددية المعرّفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1)** احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين بيانيا.

**2)** أ) بيّن أنّ: من أجل كل $x$ من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=\dfrac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$ .

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

**3)** حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثمّ استنتج إشارة $f(x)$ .

**4)** بيّن أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $\omega$ يطلب تعيين إحداثييها، ثمّ انشئ $(C_f)$.

**II)** لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=2\left[-x+\ln(2x+1)\right]$ .

**1)** أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلين أحدهما معدوم والآخر $\alpha$ حيث: $1,2<\alpha<1,3$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ .

**2)** نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ أكبر تماما من 1 : $I_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$ .

- أثبت أن: من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\dfrac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$ .

**انتهى الموضوع الثاني**



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : علوم تجريبية /بكالوريا استثنائية : 2017

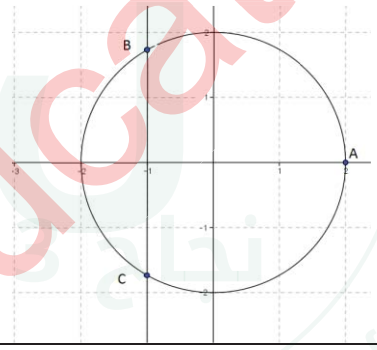
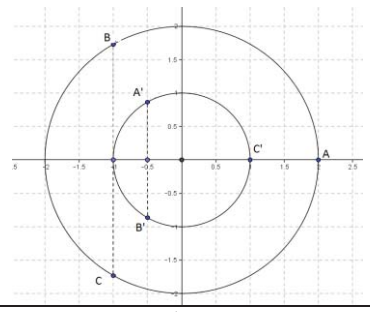
| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **الموضوع الأول** | | |
| **التمرين الأول : (04 نقاط)** | | |
| 1) $u_1=\frac{7}{4}$ و $v_1=\frac{11}{2}$ . | 0.25×2 | 00.50 |
| 2) أ) $u_{n+2}-u_{n+1}=\frac{3}{4}(u_{n+1}-u_n)$ . | 00.50 | 02.00 |
| ب) لدينا $u_1-u_0>0$. نفرض $u_{n+1}-u_n>0$ ، و بالتالي: $\frac{3}{4}(u_{n+1}-u_n)>0$ أي: $u_{n+2}-u_{n+1}>0$<br>إذن من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}-u_n>0$ و $(u_n)$ متزايدة تماما.<br>بنفس الطريقة نثبت أن $(v_n)$ متناقصة تماما. | 00.75<br>00.75 | |
| 3) من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $w_{n+1}=u_{n+1}-v_{n+1}=\frac{3}{4}w_n$ إذن: المتتالية $(w_n)$ هندسية .<br>أساسها $\frac{3}{4}$ و حدها الأول $w_0$ حيث: $w_0=-5$ . | 0.25<br>0.25×2 | 00.75 |
| 4) لدينا المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما والمتتالية $(v_n)$ متناقصة تماما<br>و $\lim\limits_{x\to+\infty}(u_n-v_n)=\lim\limits_{x\to+\infty}w_n=\lim\limits_{x\to+\infty}(-5)\left(\frac{3}{4}\right)^n=0$ ومنه المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ متجاورتين . | 0.25<br>0.25×2 | 00.75 |
| **التمرين الثاني: (04 نقاط)** | | |
| 1) الشعاعان $\overrightarrow{AB}(1,-2,0)$ و $\overrightarrow{AC}(3,-5,-1)$ غير مرتبطين خطيا. | 0.25×3 | 00.75 |
| 2) تبيين أنّ المستويين $(P)$ و $(ABC)$ غير متوازيين.<br>أي إثبات أن الشعاع $\vec{n}(1,-2,2)$ (ناظم لـ $(P)$) غير عمودي على $\overrightarrow{AB}$ . | 0.75 | 00.75 |
| 3) التحقق أن الجملة المعطاة تمثيل وسيطي لـ $(ABC)$ .<br>لدينا: $\begin{cases}1=-2+\alpha-3\beta\\1=6-2\alpha+5\beta\\-1=\beta\end{cases}$ تكافئ $(\alpha,\beta)=(0,-1)$<br>و $\begin{cases}2=-2+\alpha-3\beta\\-1=6-2\alpha+5\beta\\-1=\beta\end{cases}$ تكافئ $(\alpha,\beta)=(1,-1)$<br>و $\begin{cases}4=-2+\alpha-3\beta\\-4=6-2\alpha+5\beta\\-2=\beta\end{cases}$ تكافئ $(\alpha,\beta)=(0,-2)$ . إذن الجملة تمثيل وسيطي لـ $(ABC)$ | 0.5×3 | 01.50 |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : علوم تجريبية /بكالوريا استثنائية : 2017

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| 4) إيجاد تمثيل وسيطي لـ $(\Delta)$ : لدينا $(-2+\alpha-3\beta)-2(6-2\alpha+5\beta)+2(\beta)-3=0$ يكافئ: $\alpha=\frac{11}{5}\beta+\frac{17}{5}$ . $(\Delta):\begin{cases}x=\frac{7}{5}-\frac{4}{5}\beta\\ y=-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\beta\ ,(\beta\in\mathbb{R})\\ z=\beta\end{cases}$ | 00.50<br>00.50 | 01.00 |
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | |
| **I.)** $\Delta=-12$ و مجموعة حلول المعادلة المعطاة هي: $\left\{2;-1+\sqrt{3}i;-1-\sqrt{3}i\right\}$ | 0.25×4 | 01.00 |
| **II.1)** أ) $z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ و بالتالي $z_C=\overline{z_B}=2e^{i\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}$ . | 0.25+0.5 | 02.00 |
| ب) لدينا : $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=2$ أي: $OA=OB=OC=2$ إذن : النقط : $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم $O$ وطول نصف قطرها 2. في إنشاء النقط نستعين بالدائرة والمستقيم ذو المعادلة : $x=-1$ .  | 00.50<br>00.25<br>00.50 | |
| **II.2)** أ) $S:\ z'=\frac{1}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}\cdot z$ . $z_{A'}=e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ، $z_{B'}=e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ، $z_{C'}=1$ . الإنشاء: يستعان بالدائرة التي مركزها النقطة $O$ وطول نصف قطرها 1، أو استعمال خصائص وعناصر التشابه $S$.  | 00.50<br>3×0.25<br>00.25 | 02.00 |
| ب) $S_{ABC}=12\sqrt{3}\ cm^2$ ومنه : $S_{A'B'C}=\frac{1}{4}S_{ABC}=3\sqrt{3}\ cm^2$ . | 2×0.25 | |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الرابع : (07 نقاط)** | | |
| **I.)** $g(1)=0$ .<br>تعيين إشارة $g(x)$ :<br>$\begin{array}{\|c\|ccc\|}\hline x & -\infty & 1 & +\infty \\ \hline g(x) & - & 0 & + \\ \hline \end{array}$<br>استنتاج إشارة $g(-x)$ .<br>$\begin{array}{\|c\|ccc\|}\hline x & -\infty & -1 & +\infty \\ \hline g(-x) & + & 0 & - \\ \hline \end{array}$ | 00.25<br>00.5<br>00.5 | 01.25 |
| **II.) 1)** حساب نهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)=+\infty$<br>$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ | 4×0.25 | 01.00 |
| **2)** تبيين أنّ المنحني $(\gamma)$ الذي معادلته : $y=e^{-x}-2$ و $(C_f)$ متقاربان بجوار $(-\infty)$ :<br>$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-\left(e^{-x}-2\right)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}-\frac{e}{x}=0$<br>دراسة الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و $(\gamma)$.<br>$\begin{array}{\|c\|ccc\|}\hline x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline \text{الوضع النسبي لـ } (C_f) \text{ و } (\gamma) & (C_f) \text{ فوق } (\gamma) & \| & (\gamma) \text{ تحت } (C_f) \\ \hline \end{array}$ | 00.50<br>00.50 | 01.00 |
| **3)** من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم $x$ لدينا : $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$ . | 00.50 | 00.50 |
| **4)** إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(-x)$ ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$<br>جدول تغيّرات الدالة $f$ $f$ .<br>$\begin{array}{\|c\|ccccc\|}\hline x & -\infty & & -1 & 0 & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 2e-2 & \nearrow +\infty \;\|\; -\infty & \nearrow -2 \\ \hline \end{array}$ | 00.50<br>00.75<br>00.25 | |
| **5)** طريقة رسم $(\gamma)$ : هو صورة منحنى الدالة $x\mapsto e^{-x}$ بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{j}$<br>و(منحنى الدالة $x\mapsto e^{-x}$ هو نظير منحنى الدالة $x\mapsto e^{x}$ بالنسبة الى محور التراتيب )<br>رسم المنحنيين $(\gamma)$ و $(C_f)$في نفس المعلم. | 00.5<br>01.00 | 01.50 |
| **6)** $A(n)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(\gamma)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-e^{n}$ و $x=-e^{n+1}$ .<br>$A(n)=\int_{-e^{n+1}}^{-e^{n}}\left(f(x)-\left(e^{-x}-2\right)\right)dx=\left[-e\ln\lvert x\rvert\right]_{-e^{n+1}}^{-e^{n}}=e\ (u.a)$<br>$l=A(0)+A(1)+\cdots+A(2016)=2017e\ \text{(u.a)}$ | 00.50<br>00.50 | 01.00 |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : علوم تجريبية /بكالوريا استثنائية : 2017

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **الموضوع الثاني** | | |
| **التمرين الأول : (04 نقاط)** | | |
| 1) أ) $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا ومنه A ، B و C تعين مستويا. | 00.25 | 1.250 |
| ب) تعيين قيمة $\alpha$ حتى يكون $\vec{n}(1;\alpha;-1)$ شعاعاً ناظما للمستوي $(ABC)$ : نجد $\alpha=-3$ | 00.5 | |
| – المعادلة الديكارتية لـ (ABC) هي: $x-3y-z+6=0$ . | 00.50 | |
| 2) المستويين (ABC) و (P) متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ : $\overrightarrow{n_P}$ و $\vec{n}$ غير مرتبطين خطيا. | 00.25 | 01.00 |
| التحقق أن النقطة $E(1;1;4)$ تنتمي إلى $(\Delta)$ : $E\in(ABC)$ و $E\in(P)$. | 00.25 | |
| $\vec{u}(1;-2;7)$ شعاع توجيه لـ $(\Delta)$ : $\vec{u}\cdot\vec{n}=0$ و $\vec{u}\cdot\overrightarrow{n_P}=0$ | 2×0.25 | |
| 3) إحداثيات النقطة $G$ : $G(-2,\frac{5}{2},-\frac{7}{2})$ . | 00.25 | 01.00 |
| المجموعة $(\Gamma)$ هي المستوي الذي يشمل $G$ و $\overrightarrow{CB}$ ناظمي له. | 00.25 | |
| $2x+2y-4z-15=0$ معادلة لـ $(\Gamma)$. | 00.50 | |
| 4) نقط تقاطع (P) و (ABC) و $(\Gamma)$ $[(ABC)\cap(P)]\cap(\Gamma)=(\Delta)\cap(\Gamma)=\{H\}$ | 00.50 | 00.75 |
| و $H\left(\frac{1}{10};\frac{14}{5};-\frac{23}{10}\right)$. | 00.25 | |
| **التمرين الثاني: (04 نقاط)** | | |
| I) $(u_n)$ ثابتة من أجل: $\alpha=1$ | 00.50 | 00.50 |
| II) 1) أ) تمثيل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ (دون حساب الحدود) على حامل محور الفواصل. | 4×0.25 | 01.50 |
| ب) التخمين: المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما و متقاربة نحو 1. | 2×0.25 | |
| 2) أ) إثبات أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول هو : $v_0=\frac{u_0-1}{u_0+1}=\frac{2}{3}$ . | 2×0.25 | 01.25 |
| ب) $v_n=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، $u_n=\frac{1+\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\frac{3+2\left(\frac{1}{2}\right)^n}{3-2\left(\frac{1}{2}\right)^n}$ ، $\lim\limits_{x\to\infty}u_n=1$ | 3×0.25 | |
| 3) $S_n=v_n+v_{n+1}+\cdots+v_{n+2016}=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]$ . | 00.50 | 00.75 |
| استنتاج بدلالة $n$ المجموع $S'_n$ : $S'_n=-\frac{1}{2}(S_n-2017)$ | 00.25 | |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | |
| **1)** العبارة المختصرة للتشابه $S$ : $z_C - z_A = ke^{i\theta}(z_B - z_A)$ ومنه: نسبة التشابه $\sqrt{2}$ و $-\frac{\pi}{4}$ زاوية له. | 3×0.25 | 00.75 |
| **2)** $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$<br>المثلث ABC متساوي الساقين و قائم في B. | 2×0.25<br>0.5 | 01.00 |
| **3)** $z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}i$ ، $z_I = \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$<br>تبيان أنّ النقط B، G و I في استقامية: $\frac{z_G - z_I}{z_B - z_I} = \frac{1}{3}$ ( تقبل أي طريقة أخرى) | 2×0.25<br>00.50 | 01.00 |
| **4)** – طبيعة الرباعي ABCD هو مربع | 01.00 | 01.00 |
| **5)** أ) نتحقق أن النقطة $C$ تنتمي إلى $(\Gamma)$ : $\left\|\overrightarrow{CA}\right\| = \left|z_A - z_C\right| = 5\sqrt{2}$ | 00.50 | 01.25 |
| ب) $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\| = 5\sqrt{2}$ تكافئ $IM = \frac{5\sqrt{2}}{2}$<br>المجموعة $(\Gamma)$ هي الدائرة التي مركزها I ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. | 00.50<br>00.25 | |
| **التمرين الرابع: (07 نقاط)** | | |
| **1)** أ. $\lim_{x \to -\frac{1}{2}^{>}} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$<br>المنحني يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = -\frac{1}{2}$ و $y = 0$ بجوار $+\infty$ | 0.25×2<br>0.25×2 | 01.00 |
| **2)** أ– من أجل كل $x$ من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x) = \frac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$ و إشارتها | +00.50<br>00.25 | 01.50 |
| **ب**– اتجاه التغير:<br>الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $\left]-\frac{1}{2},0\right]$ و متناقصة تماما على المجال $[0,+\infty[$ .<br>– جدول التغيرات | 2×0.25<br>0.25 | |
| **3)** حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x) = 0$ :<br>$f(x) = 0$ معناه $x = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{e}} - 1\right)$<br>إشارة $f(x)$ : | 00.50<br><br><br><br>00.25 | 00.75 |

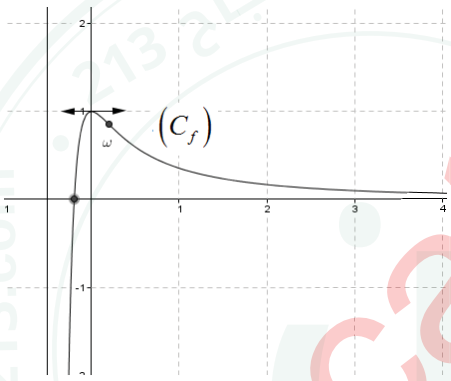
| $x$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}-1\right)$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : علوم تجريبية /بكالوريا استثنائية : 2017

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **4)** من أجل كل $x$ من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f''(x)=\frac{16(-1+3\ln(2x+1))}{(2x+1)^4}$ | 00.25 | 01.75 |
| $f''(x)=0$ يكافئ: $x=\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{2}$ | 00.25 | |
| جدول إشارة $f''(x)$: $x$: $-\frac{1}{2}$ ; $\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{2}$ ; $+\infty$ — $f''(x)$: $-$ ; $0$ ; $+$ | 00.25 | |
| إذن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $\omega$ إحداثياها : $\left(\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{2};\frac{5}{3}e^{-\frac{2}{3}}\right)$ | 00.25 | |
| إنشاء المنحنى $(C_f)$.   | 00.75 | |
| **II.** ) 1) أ- من أجل كل $x$ من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $g'(x)=\frac{2(1-2x)}{(2x+1)}$ | 00.25 | 01.50 |
| $g$ متزايدة تماما على المجال $\left]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ و متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ | 2×0.25 | |
| ب-المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر $\alpha$ حيث: $1,2<\alpha<1,3$. | 00.50 | |
| جـ- إشارة $g(x)$ : $x$: $-\frac{1}{2}$ ; $0$ ; $\alpha$ ; $+\infty$ — $g(x)$: $-$ ; $0$ ; $+$ ; $0$ ; $-$ | 00.25 | |
| **2)** اثبات أن: من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$. | 00.25 | 00.50 |
| من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $f(x)-\frac{1}{2x+1}=\frac{g(x)}{(2x+1)^2}$. و منه $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$. | | |
| لدينا $0<I_n<\frac{1}{2}\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$ و بالتالي: $\lim\limits_{n\to+\infty}I_n=0$. | 00.25 | |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com