najah213.com · نجاح 213

2 الإشتقاقية

مذكرة رقم 01 : العدد المشتق

مذكرة رقم 02 : التفسير الهندسي للعدد المشتق

مذكرة رقم 03 : مشتقات الدوال الألوفة

مذكرة رقم 04 : العمليات على الدوال المشتقة

مذكرة رقم 05 : إتجاه تغير دالة

مذكرة رقم 06 : القيم الحدية لدالة

مذكرة رقم 07 : حصر دالة

الشعب :
- تقني رياضي
- رياضي
- علوم تجريبية



إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية 2020 – 2021

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات profmerouani merouaninardjiss@gmail.com

0770349020

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم : 01

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : أحمد رضا حوحو السنة الدراسية : 2020 – 2021 يوم : المدة : 02 ساعة	المستوى : 02 ت ر/ع ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الإشتقاقية المحتوى المعرفي : العدد المشتق

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الكفاءات المستهدفة : حساب العدد المشتق عند عدد حقيقي.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الإنطلاق	**نشاط مفترح :** لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2$. ❶ أحسب $f(-1)$. ❷ أحسب $f(-1+h)$ حيث h عدد حقيقي غير معدوم. ❸ أحسب النسبة : $\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ * لتكن الدالة g المعرفة بـ: $g(h)=\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$، حدد قيم $g(h)$ حسب قيم h في الجدول التالي : h | 0.4 | 0.0.3 | 0.2 | 0.1 | 0.01 $g(h)$ | | | | | ماذا تلاحظ؟.	20د
البناء و الترسيخ	**العدد المشتق :** **❶ نهاية حقيقية لدالة عند الصفر :** **تعريف** لتكن D جزء من $\mathbb{R}$ و f دالة معرفة على D، الجملة "يؤول $f(x)$ إلى العدد الحقيقي ℓ عندما يؤول x إلى 0 " تعني أنه يمكن جعل $f(x)$ اصغر من اي عدد حقيقي موجب عندما يكون x قريباً من 0 بقدر كافٍ ونكتب : $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} f(x)=\ell$ **❷ دالة قابلة للاشتقاق عند عدد :** **تعريف** القول أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند x_0 معناه أن الدالة : $g: h\mapsto \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ تقبل نهاية حقيقية ℓ عندما يقترب h من 0 و نكتب : $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\ell$، يسمى ℓ العدد المشتق للدالة f عند العدد x_0 ونرمز له بـ : $f'(x_0)$ و نكتب : $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)$	10د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

30د

تطبيق

1 أحسب العدد المشتق للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x^2 + 2$ عند $x_0 = 2$.

2 أحسب العدد المشتق للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 2x - 1$ عند $x_0 = -2$

ملاحظة هـامّة

تسمى النسبة : $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ بنسبة التزايد بين العددين x_0 و x_0+h

تطبيق

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 4x - 6$ ، وليكن h عدد حقيقي غير معدوم .

1 عين نسبة تزايد الدالة f بين العددين -1 و $-1+h$.

2 استنتج أن الدالة f تقبل الإشتقاق عند -1 ثم عين $f'(-1)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

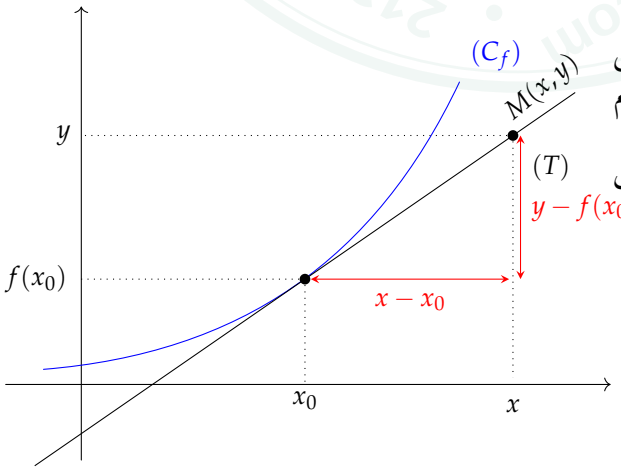
najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم : 02

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم السنة الدراسية : 2020 – 2021 يوم : المدة : 02 ساعة	المستوى : 02 ت/ع ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الإشتقاقية المحتوى المعرفي : التفسير الهندسي العدد المشتق.

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الكفاءات المستهدفة : تعيين معادلة المماس.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الإنطلاق	**نشاط مفترح :** f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\sqrt{x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ ❶ أنشىء (C_f) على المجال $[0;4]$. ❷ (A) نقطة من (C_f) فاصلتها 1 * أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل (A) ومعامل توجيهه هو $f'(1)$. * أنشىء (Δ) ماذا تلاحظ؟ ❸ لتكن الدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (Δ). * أعط عبارة $g(x)$. * باستعمال آلة حاسبة أعط قيمة تقريبية للعدد $f(1,001)$ إلى 10^{-4} . * أحسب $g(1,001)$ ماذا تستنتج ؟.	20د
البناء و الترسيخ	**التفسير الهندسي العدد المشتق :** **❶ مماس لمنحنى عند نقطة :** f قابلة للاشتقاق عند x_0 معناه أن منحنى الدالة f يقبل عند النقطة $(x_0,f(x_0))$ مستقيم يمس منحنى الدالة * العدد المشتق للدالة f عند x_0 هو ميل مماس منحنى الدالة عند x_0. إذن: $f'(x_0)=\dfrac{y-f(x_0)}{x-x_0}$. و منه : $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$ $\boxed{y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)}$ و هي معادلة المماس عند النقطة x_0. 	10د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

البناء و الترسيخ

تعريف

f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$، x_0 عدد من D_f حيث f قابلة للإشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)$ العدد المشتق عند x_0، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$

مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A\big(x_0, f(x_0)\big)$ هو المستقيم الذي يشمل A ومعامل توجيهه $f'(x_0)$ و معادلته هي : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

تطبيق

1 عين معادلة المماس (T) للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = x^2$ عند $x_0 = -1$.

2 عين معادلة المماس (T) للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$ عند $x_0 = 2$.

30د

❷ التقريب التآلفي:

تعريف

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق عند العدد x_0 و (T) مماس (C_f) عند النقطة $A(x_0 ; f(x_0))$ ، نستبدل محليا عند x_0 الدالة f بالدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (T) أي نعوض العدد الحقيقي $f(x_0+h)$ بالعدد $f(x_0) + f'(x_0)h$ من أجل h قريب من 0 أي: ($f(x_0+h) \simeq f(x_0) + f'(x_0)h$ لما h قريب من 0).

العدد الحقيقي $f(x_0) + f'(x_0)h$ يسمى **تقريبا تآلفيا** للعدد $f(x_0+h)$.

بوضع $x_0 + h = x$ ومن أجل x قريب من x_0 فإن : $f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ يسمى **تقريبا تآلفيا** لـ: $f(x)$ بجوار x_0.

نقول أن الدالة $x \mapsto f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة f.

التقويم

تطبيق

لتكن الدالة f المعرفة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + 2x + 1$، ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم $(0; \vec{i}; \vec{j})$.

30د

1 عين معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A التي فاصلتها 0.

2 عيّن تفريبًا تآلفيًا للدالة f بجوار 0 .

3 عيّن قيمة مقربة للعدد $(1.0004)^2$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم : 03

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم السنة الدراسية : 2020 – 2021 يوم : المدة : 02 ساعة	المستوى : 02 ت ر ع ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الإشتقاقية المحتوى المعرفي : مشتقات الدوال المألوفة.

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الكفاءات المستهدفة : تعيين مشتقات الدوال المألوفة.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الإنطلاق	**نشاط مقترح :** أدرس قابلية الاشتقاق للدالة f من أجل كل x_0 من D_f في كل حالة من الحالات الآتية: ❶ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=ax+b$. ❷ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x}$. ❸ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3$. ❹ f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x}$.	20د
البناء و التوسيع	**مشتقات الدوال المألوفة :** **❶ مشتقة دالة تآلفية :** **مبرهنة** كل دالة تآلفية معرفة بـ : $f:x\mapsto ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان، قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto a$ **ملاحظات** 1 إذا كان $a=1$ و $b=0$ فإن $f:x\mapsto x$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto 1$ 2 إذا كان $a=0$ و $b=1$ فإن $f:x\mapsto b$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto 0$ **مثال**	20د
	⋆ f دالة معرفة بـ: $f(x)=3x+2$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي $f'(x)=3$. ⋆ f دالة معرفة بـ: $f(x)=-\frac{3}{2}x$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي $f'(x)=-\frac{3}{2}$. **❷ مشتقة دالة قوة :** **مبرهنة** كل دالة معرفة بـ : $f:x\mapsto x^n$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم ، قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto nx^{n-1}$	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

البناء و الترسيم

مثال

⋆ f دالة معرفة بـ: $f(x) = x^4$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي $f'(x) = 4x^3$.

❸ مشتقة دالة مقلوب :

مبرهنة

الدالة : $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R} - \{0\}$ و دالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto -\frac{1}{x^2}$

❹ مشتقة دالة جذر تربيعي :

مبرهنة

الدالة : $f : x \mapsto \sqrt{x}$ قابلة للإشتقاق على $]0, +\infty[$ و دالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto -\frac{1}{2\sqrt{x}}$

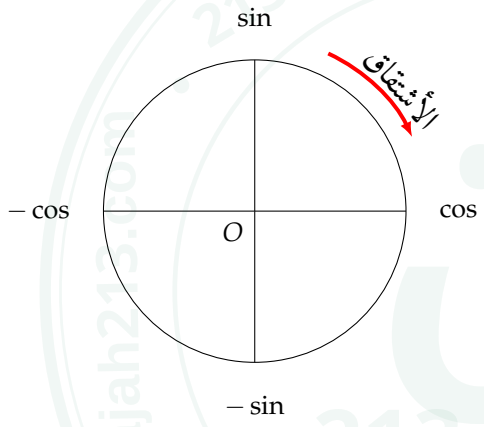
20 د

❺ مشتقة الدالة sin و الدالة cos :

مبرهنة

◅ الدالة : $f : x \mapsto \sin(x)$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي :
$f : x \mapsto \cos(x)$

◅ الدالة : $f : x \mapsto \cos(x)$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي :
$f : x \mapsto -\sin(x)$



⚠ ملاحظة هـامّة

نلاحظ أن مجموعة اشتقاق كل دالة مرجعية من الدوال التي رأيناها مطابقة لمجموعة تعريفها ما عدا الدالة الجذر تربيعي.

التقويم

تطبيق

f دالة عددية معرفة على المجال $[-\frac{4}{3}; +\infty[$ بـ : $f(x)\sqrt{3x +' \sqrt{4}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. من أجل كل x من D_f و $h \neq 0$، بين أن : $\frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \frac{3}{\sqrt{16+3h}+4}$.
2. عين العدد المشتق للدالة f عند $x_0 = 4$
3. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 4$
4. عين تقريبا تآلفيا للعدد $f(4+h)$
5. استنتج قيم تقريبية لكل من $f(4,1)$ ، $f(3,9)$ ، $\sqrt{16,3}$

30د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم : 04

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم السنة الدراسية : 2020 – 2021 يوم : المدة : 02 ساعة	المستوى : 02 ت ر/ع ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الإشتقاقية المحتوى المعرفي : العمليات على الدوال المشتقة.

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.

الكفاءات المستهدفة : حساب مشتقات الدوال $f+g$، $f\times g$، $\frac{f}{g}$، $\frac{1}{g}$، $x\mapsto f(ax+b)$.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الإنطلاق البناء و الترسيخ	تذكير **العمليات على الدوال المشتقة:** **❶ مشتقة مجموع دالتين:** مبرهنة f و g دالتان قابلتان للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$، الدالة $f+g$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $(f+g)'=f'+g'$ مثال * لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2+x$ إذن f ق.إ على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x)=(x^2)'+(x)'$ أي $f'(x)=2x+1$	5د 20د

❷ مشتقة جداء دالتين:

مبرهنة

f و g دالتان قابلتان للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ (D مجال أو اتحاد مجالات من $\mathbb{R}$). الدالة $f\times g$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $(f\times g)'=fg'+gf'$

مثال

⋆ f دالة معرفة بـ: $f(x)=(x+1)(x^3-x^2)$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي:

$$f'(x)=(x+1)'(x^3-x^2)+(x^3-x^2)'(x+1)$$
$$f'(x)=1(x^3-x^2)+(3x^2-2x^1)(x+1)$$
$$f'(x)=4x^3-6x^2+2x$$

ملاحظة :

◅ إذا كانت f ق.إ على D و λ عدد حقيقي فإن : $(\lambda f)'=\lambda f'$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

البناء و الترسيخ

30د

❸ مشتقة نسبة دالتين :

مبرهنة

f و g دالتان قابلتان للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ (D مجال أو اتحاد مجالات من $\mathbb{R}$) و $g \neq 0$ الدالة $\frac{f}{g}$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - g' \times f}{g^2}$

مثال

⋆ f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{2x+1}$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$ و دالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = \frac{(x^2+2x+1)'(2x+1) - (2x+1)'(x^2+x+1)}{(2x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(2x+1) - 2(x^2+2x+1)}{(2x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x+1)(2x+1) - 2(x+1)^2}{(2x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x+1)x}{(2x+1)^2}$$

❹ مشتقة مقلوب دالة :

مبرهنة

f دالة قابلة للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ و لا تنعدم عليه الدالة $\frac{1}{f}$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $\left(\frac{1}{f}\right)' = -\frac{f'}{f^2}$

❺ مشتقة الدالة الدالة $f : \longmapsto u(ax+b)$:

مبرهنة

إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ وَ E مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $(ax+b)$ ينتمي إلى D مع a و b عددان حقيقيان فان الدالة $f : x \to u(ax+b)$ قابلة للاشتقاق على D و دالتها المشتقة هي : $f' : x \to au'(ax+b)$ حيث u' مشتقة الدالة u على E.

ملاحظة :

الدالة f هي دالة مركبة من الدالة $k(x) = ax+b$ متبوعة بالدالة u بمعنى : $f = u \circ k$

مثال

◁ الدالة $f(x) = \cos(-4x+3)$ هي عبارة عن مركب دالتين g و h بفرض $f(x) = g \circ h$ فإن $g(x) = \cos x$ و $h(x) = -4x+3$ حيث $g'(x) = -\sin x$ و $h'(x) = -4$ و عليه f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي: $f'(x) = 4\sin(-4x+3)$

◁ الدالة $f(x) = \sqrt{2x-6}$ هي عبارة عن مركب دالتين g و h بفرض $f(x) = g \circ h$ فإن $g(x) = \sqrt{x}$ و $h(x) = 2x-6$ حيث $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ و $h'(x) = 2$ و عليه f قابلة للاشتقاق على $]3,+\infty[$ و دالتها المشتقة هي: $f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2x-6}} = \frac{1}{\sqrt{2x-6}}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

التقويم

ملاحظة :

◅ مشتقة الدالة $x \longmapsto \sqrt{f}$ هي $\dfrac{f'}{2\sqrt{f}}$

◅ مشتقة الدالة $x \longmapsto f^n$ هي $n \times f' \times f^{n-1}$

تطبيق

عين الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة

$f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \pi\right)$ ، $f(x) = (x^2+x+3)^2$ ، $f(x) = 3x\sin\left(-x+\frac{\pi}{5}\right)$ ، $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+1}}{2x}$

20د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم : 05

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم السنة الدراسية : 2020 – 2021 يوم : المدة : 02 ساعة	المستوى : 02 ت ر ع ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الإشتقاقية المحتوى المعرفي : إتجاه تغير دالة على مجال.

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الكفاءات المستهدفة : تعيين اتجاه تغير دالة.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الإنطلاق البناء و الترسيخ	**نشاط 01 ص 92**	20د

إتجاه تغير دالة :

مبرهنة

f دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على مجال D_f و f' دالتها المشتقة:
⋆ اذا كانت f' موجبة تماما(يمكن ان تكون معدومة من اجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فان الدالة f متزايدة تماما على المجال D_f
⋆ اذا كانت f' سالبة تماما(يمكن ان تكون معدومة من اجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فان الدالة f متناقصة تماما على المجال D_f
⋆ اذا كانت f' معدومة على المجال D_f فان الدالة f ثابتة على المجال D_f

ملاحظة:

◅ إذا كانت f متزايدة تماما أو متناقصة تماما على المجال D_f نقول أن f رتيبة تماما على المجال D_f.

مثال

أدرس إتجاه تغير الدالة f حيث $f(x) = x^2 - 2x$.
حساب الدالة المشتقة: f ق.إ على $\mathbb{R}$ حيث : $f'(x) = 2x - 2$
دراسة إشارة المشتقة : $f'(x) = 0$ أي $2x - 2 = 0$ أي $x = 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

و عليه الدالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ و متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$

تطبيق

التقويم

أدرس إتجاه تغير كل من الدوال الأتية و شكل جدول تغيراتها :

1 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

2 $g(x) = \sqrt{2x - 6}$ — 20د

3 $h(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 1}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم : 06

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم **السنة الدراسية :** 2020 – 2021 **يوم :** **المدة :** 01 ساعة	**المستوى :** 02 تر/ع **ميدان التعلم :** تحليل **الوحدة :** الإشتقاقية **المحتوى المعرفي :** القيم الحدية المحلية لدالة.

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الكفاءات المستهدفة : استعمال العدد المشتق لتعيين القيمة الحدية.
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الإنطلاق	**نشاط مفترح :** نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+2x+3$، و ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس. ❶ أوجد قيمة العدد a التي من أجلها تنعدم الدالة f'، ثم أدرس إشارتها ❷ هـــل غيرت الدالة f' إشارتها عند القيمةa. ❸ شكـــل جدول تغيرات الدالة f. ❹ مـــاذا تمثل النقطة $M(a;f(a))$ بالنسبة للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$، ماذا تستنتج؟ ❺ أوجد معامل توجيه الممـــــــاس عند النقطة M، ماذا تستنتج؟	20د
البناء و التوسيع	**القيم الحدية المحلية لدالة :** **مبرهنة** دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال I و f' دالتها المشتقة. إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I مغيرة إشارتها فانه يوجد مجال I' محتوى في I يشمل c تقبل فيه f قيمة حدية $f(c)$. تسمى $f(c)$ قيمة حدية محلية. **ملاحظات** 1 نسمي النقطة ذات الإحداثيتين $(c,f(c))$ نقطة حدية محلية لمنحنى f، (ذروة للمنحى $(\mathcal{C}_f)$) 2 يـمكن وجـود عـدة قـيم حـديـة مـحلـيـة على I. 3 إذا إنـعـدمت الـدالة المـشتـقة f' عـنـد قـيمـة c مـن I فـإن التـمثيـل البـياني يقبـل ممـــاسا مـوازيـا لـحـــامل محور الفـواصل عنـد النـقطـة التي فاصـلتها c. **مثال** ⋆ الدالة $f : x \mapsto x^2-4x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(x)=2x-4$ ⋆ نلاحظ أن $f'(x)$ تنعدم عند 2 و تغير إشارتها إذن $f(2)$ أي -4 قيمة حدية محلية للدالة f على المجال $[-1;1]$ مثلا. x | $-\infty$ 2 $+\infty$ $f'(x)$ | $-$ 0 $+$	20د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

البناء و الترسيم

تنبيه : انعدام f' عند القيمة x_0 غير كاف للقول بأن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية لـ f.

مثال

⋆ الدالة $x \mapsto x^3 + 2$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(x) = 3x^2$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$

⋆ نلاحظ أن $f'(x)$ تنعدم عند 0 و لا تغير إشارتها إذن $f(0)$ اي 2 ليست قيمة حدية محلية للدالة f.

ملاحظة هـامّة

إذا كانت الدالة المشتقة الأولى f' تنعدم من أجل x_0 و لاتغير الإشارة عندها فإن النقطة $I(x_0; f(x_0))$ هي نقطة إنعطـــــــــــاف للمنحنى (C_f).

تطبيق

التقويم

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x$

1 أحسب f' الدالة المشتقة للدالـة f، ثـم أدرس إشـارتـها

2 عيـن القيـم الـحديـة المحليـة للدالة f

20د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم : 07

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم السنة الدراسية : 2020 – 2021 يوم : المدة : 01 ساعة	المستوى : 02 ت ر/ع ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الإشتقاقية المحتوى المعرفي : حصر دالة.

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الكفاءات المستهدفة : .
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
البناء و الترسيخ	**حصر دالة :** **نتائج** لتكن f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال $[a,b]$ و f' دالتها المشتقة. * اذا كانت الدالة f متزايدة تماما على المجال $[a,b]$ فإن من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a,b]$: $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ * اذا كانت الدالة f متناقصة تماما على المجال $[a,b]$ فإن من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a,b]$: $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$ **مثال** الدالة $f : x \longmapsto x^2$ متزايدة تمامًا على المجال $[2,5]$ و منه من أجل كل $x \in [2,5]$: $f(2) \leqslant f(x) \leqslant f(5)$ أي: $4 \leqslant x^2 \leqslant 25$ والدالة f متناقصة تمامًا على المجال $[-1,0]$ إذن من أجل كل x بحيث: $-1 \leqslant x \leqslant 0$ يكون : $f(-1) \geqslant f(x) \geqslant f(0)$ أي : $1 \geqslant x^2 \geqslant 0$ **العنصر الحاد من الاعلى - من الاسفل :** **تعريف** لتكن f دالة معرفة على مجال D_f . ✍ نقول عن عدد حقيقي k انه عنصرا حادا من الاعلى (Majorant) للدالة f اذا وفقط اذا كان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال D_f : $f(x) \leq k$ ✍ نقول عن عدد حقيقي k انه عنصرا حادا من الاسفل (Minorant) للدالة f اذا وفقط اذا كان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال D_f : $f(x) \geq k$ **ملاحظات** 1. القيمة الحدية الكبرى للدالة f على D_f ان وجدت هي العنصر الحاد من الاعلى و هو اصغر العناصر الحادة من الاعلى . 2. القيمة الحدية الصغرى للدالة f على D_f ان وجدت هي العنصر الحاد من الاسفل و هو اكبر العناصر الحادة من الاسفل.	30د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التقويم	**تطبيق** f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x^3 - 6x + 3$ 1 أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها. 2 بين أنه من أجل كل x من المجال $[-1,1]$: $-1 \leqslant f(x) \leqslant 7$	20د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً