najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية ساجي مختار – السمار — الموسم الدراسي: 2019/2018

الفرض الأول للفصل الثالث في الرياضيات

المستوى: 02رياضيات — المدة: ساعة $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3n^2-3n}{2n^2+2019}$

مجموعة محفظة الرياضيات للتعليم بالجزائر

التمرين الأول:

لتكن (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_1 و أساسها $q=3$ حيث : $u_1\times 2u_2\times u_3=432$

1. تأكد أن $6^3=216$ ثم أحسب u_2 ، إستنتج قيمة u_1
2. أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة u_1
3. أحسب $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$ $\qquad$ $T_n=u_1\times u_2\times\ldots\times u_n$
4. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم كمايلي : $\begin{cases}v_1=2\\ v_{n+1}=\dfrac{3}{2}v_n+u_n\end{cases}$
   - أحسب v_2 ، v_3 ، v_4
5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $w_n=\dfrac{v_n}{u_n}-\dfrac{2}{3}$
   - بين أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول w_1
   - أكتب w_n بدلالة n ثم إستنتج v_n بدلالة n

التمرين الثاني:

نعتبر $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي

لتكن (C) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي بحيث : $x^2+y^2-2x-4y+13-\alpha^2=0$ مع $(\alpha\in\mathbb{R})$

- أدرس حسب قيم α مجموعة النقط (C)
- نضع $\alpha=4$

1. عين مركز Ω و نصف قطر للدائرة (C)
2. أدرس وضعية المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+7$ بالنسبة للدائرة (C)
3. عين إحداثيي النقطة B المسقط العمودي للنقطة Ω على المستقيم (Δ)
4. تحقق أن $d(\Omega;(\Delta))=\Omega B$
5. أكتب معادلة المماس (T) للدائرة (C) عند النقطة $A(-1;4)$

الهدية : أوجد معادلة الدائرة تمربالنقطتين $A(0,2)$ و $B(-1,0)$ و المستقيم ذو المعادلة $x+y-7=0$ مماس لها .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الفرض الأول للفصل الثالث في مادة الرياضيات

حل التمرين 1 ★★★☆☆

لتكن (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_1 و أساسها $q = 3$ حيث : $u_1 \times 2u_2 \times u_3 = 432$

1 • حساب u_2

لدينا: $u_1 \times 2u_2 \times u_3 = 432$ تكافئ $u_1 \times u_2 \times u_3 = 216$ تكافئ $u_2^3 = 216$ ومنه $u_2 = 6$

• حساب u_1 : $u_1 = \dfrac{u_2}{q} = \dfrac{6}{3} = 2$

2 كتابة عبارة حد العام لـ u_n : $u_n = u_p \times q^{n-p} = u_1 \times q^{n-1} = 2 \times 3^{n-1}$

3 حساب المجموع S_n و الجداء T_n

حساب S_n : $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n = u_1 \times \dfrac{1-3^{n-1+1}}{1-3} = 2 \times \dfrac{1-3^n}{-2}$ تكافئ $S_n = 3^n - 1$

حساب T_n : $T_n = u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n = (u_1) \times (u_1 \times q) \times (u_1 \times q^2) \times \cdots \times (u_1 \times q^{n-1})$

تكافئ $T_n = \underbrace{(u_1 \times u_1 \times \cdots \times u_1)}_{\text{n مرة}} \times \left(q \times q^2 \times \cdots \times q^{n-1}\right)$

تكافئ $T_n = u_1^n \times q^{1+2+\cdots+n-1}$ تكافئ $T_n = u_1^n \times q^{\frac{n(n-1)}{2}}$

4 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم كمايلي : $\begin{cases} v_1 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{3}{2}v_n + u_n \end{cases}$

• حساب v_2 ، v_3 ، v_4

$\bullet\, v_2 = \dfrac{3}{2}v_1 + u_1 = \dfrac{3}{2} \times 2 + 2 = 5$ $\quad \bullet\, v_3 = \dfrac{3}{2}v_2 + u_2 = \dfrac{3}{2} \times 5 + 6 = \dfrac{27}{2}$ $\quad \bullet\, v_4 = \dfrac{3}{2}v_3 + u_3 = \dfrac{3}{2} \times \dfrac{27}{2} + 18 = \dfrac{153}{4}$

5 نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $w_n = \dfrac{v_n}{u_n} - \dfrac{2}{3}$

• تبيان أن (w_n) متتالية هندسية أساسها q و حدها الأول w_1

$w_{n+1} = \dfrac{v_{n+1}}{u_{n+1}} - \dfrac{2}{3}$ تكافئ $w_{n+1} = \dfrac{\frac{3}{2}v_n + u_n}{3 \times u_n} - \dfrac{2}{3}$ تكافئ $w_{n+1} = \dfrac{3}{2} \times \dfrac{v_n}{3 \times u_n} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{3}$ تكافئ $w_{n+1} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{v_n}{u_n} - \dfrac{1}{3}$

تكافئ $w_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{v_n}{u_n} - \dfrac{2}{3}\right)$

ومنه w_n متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{2}$ وحدها الأول $w_1 = \dfrac{v_1}{u_1} - \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{2} - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$ $\quad w_{n+1} = \dfrac{1}{2}w_n$

• كتابة w_n بدلالة n

$$w_n = w_1 \times q^{n-1} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

• إستنتاج v_n بدلالة n

$$v_n = w_n \times u_n + \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)\left(2 \times 3^{n-1}\right) + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} + 1\right)$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل التمرين 2 ★☆☆

نعتبر $(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس للمستوي

لتكن (C) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي بحيث : $x^2+y^2-2x-4y+13-\alpha^2=0$ مع $(\alpha\in\mathbb{R})$

• دراسة حسب قيم α مجموعة النقط (C)

$x^2+y^2-2x-4y+13-\alpha^2=0$ تكافئ $(x-1)^2+(y-2)^2=\alpha^2-8$

جدول إشارة α^2-8

α	$-\infty$		$-\sqrt{8}$		$\sqrt{8}$		$+\infty$
α^2-8		$+$	0	$-$	0	$+$	

• من أجل $\alpha=\{-\sqrt{8},\sqrt{8}\}$ مجموعة النقط (C) هي النقطة $\Omega(1;2)$

• من أجل $\alpha\in]-\infty;-\sqrt{8}[\cup]\sqrt{8};+\infty[$ مجموعة النقط (C) هي الدائرة التي مركزها $\Omega(1;2)$ ونصف قطرها $r=\sqrt{a^2-8}$

• من أجل $\alpha\in]-\sqrt{8};\sqrt{8}[$ مجموعة النقط (C) هي مجموع خالية

نضع $\alpha=4$

1 (C) هي الدائرة التي مركزها $\Omega(1;2)$ ونصف قطرها $r=\sqrt{4^2-8}=\sqrt{8}$ $\quad (C):(x-1)^2+(y-2)^2=\sqrt{8}$

2 دراسة وضعية المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+7$ بالنسبة للدائرة (C)

$d(\Omega,\Delta)=\dfrac{|1+2-7|}{\sqrt{2}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\sqrt{8}=r$ إذن (Δ) مماس للدائرة (C)

3 تعيين إحداثيي النقطة $B(x_B,y_B)$ المسقط العمودي للنقطة Ω على المستقيم (Δ)

النقطة B تنتمي إلى (Δ) ومنه $x_B+y_B-7=0$

ونعلم أن $\overrightarrow{\Omega B}\cdot\vec{u}=0$ حيث $\vec{u}(1,-1)$ شعاع توجيه لـ (Δ)، إذن $\overrightarrow{\Omega B}\cdot\vec{u}=(x_B-1)-(y_B-2)=0$

نحل الجملة $\begin{cases}x_B+y_B-7=0\\x_B-y_B+1=0\end{cases}$ نجد $x=3$ و $y=4$ ومنه $B(3,4)$

4 التحقق أن $d(\Omega;(\Delta))=\Omega B$: $\Omega B=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=d(\Omega;(\Delta))$

5 كتابة معادلة المماس (T) للدائرة (C) عند النقطة $A(-1;4)$

معادلة مماس (T) من شكل $(T):ax+by+c=0$ حيث $\overrightarrow{\Omega A}(-2,2)$ شعاع ناظيمي له إذن: $(T):-2x+2y+c=0$

ونعلم أن $A\in(T)$ إذن $2+8+c=0$ ومنه $c=-10$ ، إذن $(T):-2x+2y-10=0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الهـدية:

إيجاد معادلة الدائرة تمربالنقطتين $A(0,2)$ و $E(-1,0)$ و المستقيم ذو المعادلة $x+y-7=0$ مماس لها .

ليكن $E(x_0,y_0)$ مركز الدائرة ومنه $\begin{cases}(x_0-0)^2+(y_0-2)^2=r^2\\(x_0+1)^2+(y_0-0)^2=r^2\\\dfrac{|x_0+y_0-7|}{\sqrt{2}}=r\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases}x_0^2+y_0^2-4y_0+4=r^2 \quad (1)\\x_0^2+y_0^2+2x_0+1=r^2 \quad (2)\\\dfrac{|x_0+y_0-7|}{\sqrt{2}}=r\end{cases}$

$(1)-(2)$ تكافئ $0=2x_0+4y_0-3$ تكافئ $x_0=-2y_0+\dfrac{3}{2}$

بتعويض $x_0=-2y_0+\dfrac{3}{2}$ و $r=\dfrac{|x_0+y_0-7|}{\sqrt{2}}$ في (1) نجد $(-2y_0+\dfrac{3}{2})^2+y_0^2-4y_0+4=\dfrac{(-2y_0+\frac{3}{2}+y_0-7)^2}{2}$

تكافئ: $4y_0^2+\dfrac{9}{4}-6y_0+y_0^2-4y_0+4=\dfrac{\left(\frac{11}{2}+y_0\right)^2}{2}$ تكافئ: $10y_0^2-20y_0+\dfrac{25}{2}=y_0^2+11y_0+\dfrac{121}{4}$

تكافئ: $9y_0^2-31y_0-\dfrac{71}{4}=0$ $\quad \Delta=31^2-4\times\dfrac{-71}{4}\times 9=1600>0$ $\quad \sqrt{\Delta}=40$

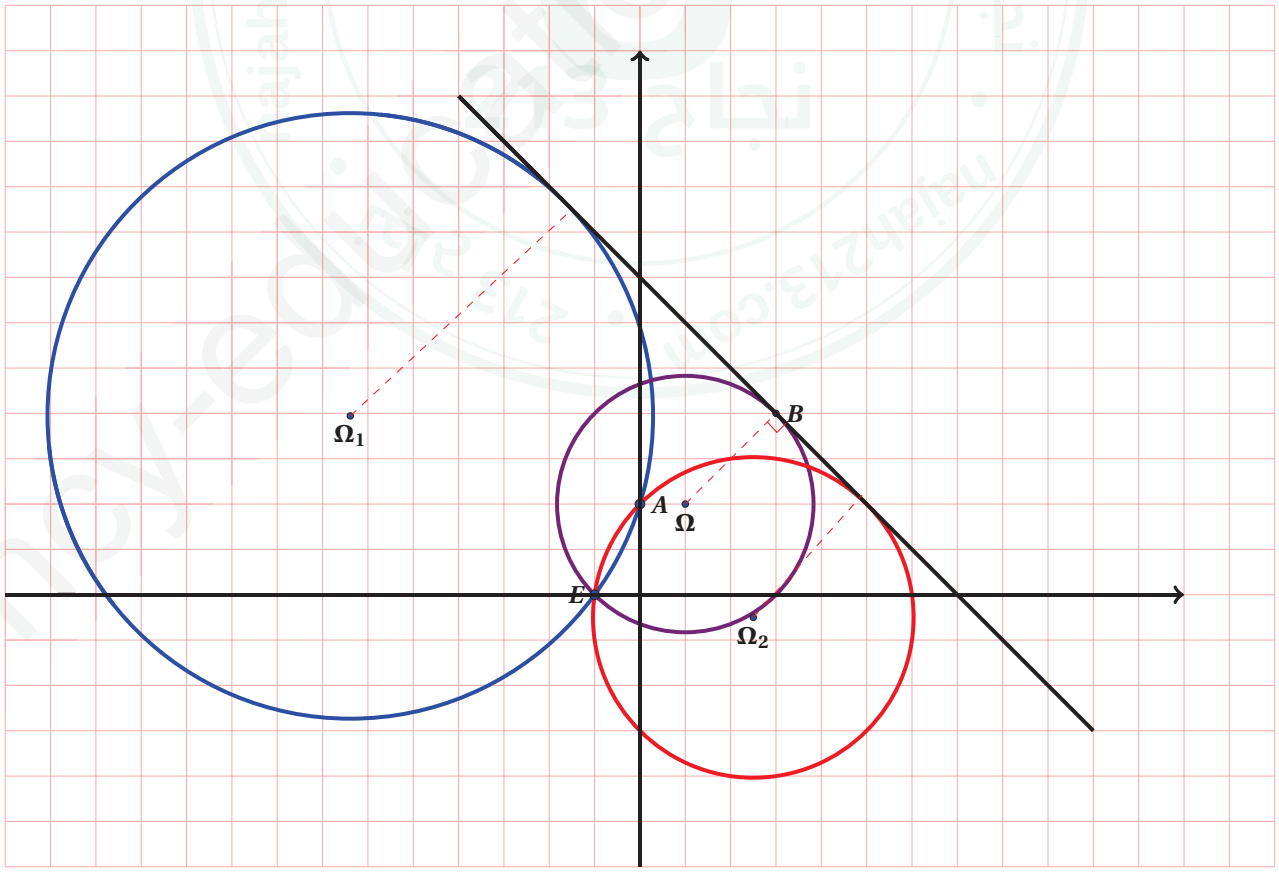
تكافئ:

- $y_0=\dfrac{31+40}{18}=\dfrac{71}{18}$ و $x_0=-\dfrac{71}{9}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{-115}{18}$ و $r_1=\dfrac{\left|\frac{71}{18}-\frac{115}{18}-7\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{170}{18\sqrt{2}}$

$\left(x+\dfrac{115}{18}\right)^2+\left(y-\dfrac{71}{18}\right)^2=\left(\dfrac{170}{18\sqrt{2}}\right)^2$

- $y_0=\dfrac{31-40}{18}=-\dfrac{1}{2}$ و $x_0=\dfrac{5}{2}$ و $r_2=\dfrac{\left|\frac{5}{2}-\frac{1}{2}-7\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

$\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{25}{2}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com